Mancomunitat de Catalunya

EXTENSIO D'ENSENYAMENT TÈCNIC

E·E·T

TEXT N.º 7

ALGEBRA

PART I

Carrer d'Urgell 187 Barcelona

ÀLGEBRA

1.ª PART

INTRODUCCIÓ A L'ÀLGEBRA

1) Volem calcular, per exemple, la distància que recorre un tren al cap de 5 hores a una velocitat de 60 km. per hora.

En aritmètica ho calcularíem així:

En 1 hora recorre	60 km.
En 5 hores recorrerà 5 vegades més ..	$60 \times 5 = 300$ km.

Si la velocitat fos de 52 km. per hora, durant 8 hores el tren recorreria

$$52 \times 8 = 416 \text{ km.}$$

Observant les operacions anteriors veiem que aquesta mena de problemes són resolts multiplicant la velocitat pel temps.

Si representem les velocitats dels trens, qualsevulga que siguin, per un símbol o lletra v, i els temps durant els quals aquests corren, per un altre símbol o lletra t, essent evident que el camí recorregut és igual sempre a la velocitat que sigui per les hores durant les quals corren els trens, la valor d'aquest camí serà

$$v \times t$$

i anomenant c la valor del camí recorregut, obtindrem la *fórmula algèbrica*

$$c = v \times t$$

que ens indica que, per obtenir el camí recorregut, cal multiplicar les velocitats, qualsevulga que siguin, pels temps, qualsevulga que siguin.

Així com l'aritmètica cerca el resultat directe en els problemes, l'àlgebra cerca la relació entre les quantitats, i per això representa les quantitats no per números que tenen una valor única, sinó per símbols, generalment lletres, a les quals són atribuïdes valors, que dintre d'un problema sempre han d'ésser de la mateixa mena. Així en la fórmula anterior, v representarà sempre les velocitats, t els temps i c els camins.

Així amb la fórmula anteriorment trobada com amb totes les fórmules (1) queden *generalitzats* els càlculs aritmètics; una fórmula serveix doncs per a plantejar un tipus de problema en què sols cal atribuir a les lletres les valors de cada cas particular cas per trobar el valor cercat.

Amb l'empleu de lletres la resolució es fa més breu i clara, i demés podem resoldre certs problemes numèrics que no entren dintre del camp de l'aritmètica.

Les quantitats conegudes d'un problema o fórmula són les DADES; la desconeguda que volem calcular és la INCÒGNITA.

En la fórmula anterior , v i t són les dades i c és la incògnita.

L'OBJECTE DE L'ÀLGEBRA ÉS GENERALITZAR TOTES LES QÜESTIONS QUE ES PODEN PROPOSAR SOBRE LES QUANTITATS, BO I DONANT FÓRMULES QUE POSEN DE MANIFEST LLUR RELACIÓ I EN LES QUALS LES QUANTITATS SÓN REPRESENTADES PER LLETRES.

2) En l'Aritmètica representàvem les quantitats per números. En Àlgebra són representades per lletres, però no vol dir això que s'excloguin els números o xifres. Així, són corrents les expressions $8x$, $4a$, $5abm$, etc.

3) En Àlgebra expressem les operacions amb els mateixos signes aritmètics, $+$ per a la suma, — per a la resta, $\times$ per a la multiplicació i : per a la divisió.

La multiplicació és expressada també per un punt. Així, $3.a$ equival a $3 \times a$; i més generalment, és suprimit tot signe; així,

$6a$ vol dir $6 \times a$, o bé $6 \,.\, a$
bx vol dir $b \times x$, o bé $b \,.\, x$

La divisió en àlgebra és expressada gairebé sempre en forma de fracció. Així, $\frac{a}{b}$ és forma usada amb preferència a la forma $a : b$. Els signes de comparació són els mateixos empleats en aritmètica:

$=$ és el signe d'igualtat, que és pronunciat IGUAL A.
$\neq$ és el signe de la no igualtat, que és pronunciat NO ÉS IGUAL A.
$>$ és pronunciat MAJOR QUE } ambdós són signes de desigualtat.
$<$ és pronunciat MENOR QUE }
$\geq$ índica MAJOR O IGUAL A.
$\leq$ indica MENOR O IGUAL A.

---

(1) Podem revisar aquí les fórmules de l'interès simple i la del interès compost de l'Aritmètica que permeten resoldre tota mena de problemes d'interès.

Així, $4 + 3 = 7$ és llegit quatre més tres IGUAL A set
$4 + 3 \neq 6$ » » quatre més tres NO ÉS IGUAL A sis
$3 > 2$ » » tres MAJOR que dos
$2 < 3$ » » dos MENOR que tres
$a \geq b$ » » a MAJOR O IGUAL A b
$x \leq y$ » » x MENOR O IGUAL A y.

4) Les lletres empleades en l'àlgebra són totes les del nostre abecedari, usant-se generalment les primeres *a, b, c,...* per a les valors conegudes, i les últimes, ...*x, y, z* per a les valors incògnites.

Demés, són usades també algunes vegades les lletres de l'abecedari grec, les quals hem posades en una taula al final d'aquest quadern.

De vegades és convenient designar quantitats que tenen una certa relació entre elles, amb una mateixa lletra, i aleshores, per distingir-les, són afectades d'índexs o subíndexs.

Hom posa els índexs en números romans, a la part superior i a la dreta de les lletres, i llegeix com a continuació és expressat:

A'	A^{I}	és llegit		a prima
D''	D^{II}	»	»	de segona
m'''	m^{III}	»	»	ema tercera

Hom posa els subíndexs en números aràbics i a la part dreta i inferior de les lletres, tal com segueix:

a_1	és	llegit	a sub u
m_5	»	»	ema sub cinc
β_6	»	»	beta sub sis, etc.

5) Les dues expressions

$$4 + 3 \times 5 + 2 = 4 + 15 + 2 = 21$$
$$(4 + 3) \times (5 + 2) = 7 \times 7 = 49$$

encara que compostes dels mateixos números i signes, indiquen dues operacions molt distintes degut als parèntesis. La primera indica que hem d'afegir a quatre el producte de 3×5 i a aquell resultat afegir-li 2. La segona indica que la suma $4 + 3 = 7$ l'hem de multiplicar per $5 + 2 = 7$, és a dir, que hem d'efectuar separadament les sumes $4 + 3$ i $5 + 2$ i multiplicar després els resultats.

Quan tanquem una operació entre parèntesi ( ), gafets [ ] o claus { } expressem que havem de considerar la dita operació com a efectuada.

Si volem indicar que una quantitat forma un tot inseparable, caldrà posar-la també entre parèntesi.

Per a l'ordre de les operacions seguirem la següent

Regla. — QUAN NO HI HAGI PARÈNTESI NI CLAUS, COMENÇAREM SEMPRE PER EFECTUAR LES MULTIPLICACIONS I DIVISIONS I DESPRÉS LES SUMES O RESTES. QUAN HI HA PARÈNTESI O CLAUS, HAVEM D'EFECTUAR ABANS LES OPERACIONS ALLÀ INDICADES, FENT PRIMER LES DELS PARÈNTESIS, DESPRÉS ELS GAFETS I, PER ÚLTIM, LES CLAUS.

EXEMPLES PER A PRÀCTICA

1. $5 \times 7 + 2 \times 6 \times 2 + 1$ Solució, 60
2. $2(4 + 3 - 5) + 7 \times 5$ » 39
3. $5[2(7 + 2 - 3) + 2 \times 6(5 + 2)]$ » 480

Ordre i planteig de les operacions:

4. $7\{6[(2 + 1 + 5)10] + 2(2 + 3)\}$

$$\begin{array}{rrr} 2+1+5= & 8 & \\ & \times\ 10 & \\ \hline & 80 & \\ & \times\ 6 & 2+3=5 \\ \hline & 480 & \times\ 2 \\ & +\ 10 & \longleftarrow \quad 10 \\ \hline & 490 & \\ & \times\ 7 & \\ \hline & 3430 & \text{S.} = 3430 \end{array}$$

5. $10\{2(15 - 8) + [5 + 2(5 - 2)]16(2 - 1)\}$ S. = 1900

6) En àlgebra, com en aritmètica, els factors d'una quantitat són les quantitats que multiplicades entre si engendren aquesta quantitat. Així, 2, 3 i 5 són factors de 30, ja que $2 \times 3 \times 5 = 30$; així mateix 2, a, x són els factors de $2ax$, ja que $2 \times a \times x = 2ax$.

7) POTÈNCIA és el resultat obtingut en pendre una quantitat dues o més vegades com a FACTOR. Així, 25 és la segona potència de 5, perquè 5 multiplicat per si mateix dóna 25.

La segona potència de a és expressada així: a^2, i llegida *a dos* $a^2 = aa$
La tercera » de a » » a^3, » *a tres* $a^3 = aaa$
La quarta » de a » » a^4, » *a quatre* $a^4 = aaaa$, etc.

BASE és la quantitat a repetida com a factor.

EXPONENT, és el número petit que va sobre la base, i expressa les vegades que cal pendre la base com a factor.

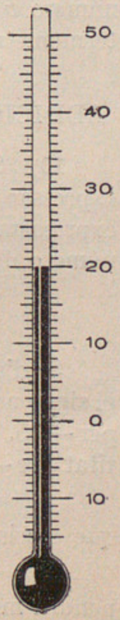
Quan l'exponent és 2, la potència és anomenada el QUADRAT.

Quan l'exponent és 3, la potència és anomenada el CUB.

8) ARREL d'una quantitat és un dels seus factors iguals.

Així, 2 és arrel de 4, de 8 i de 16, etc., puix que $2 \times 2 = 4$; $2 \times 2 \times 2 = 8$ i $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. De la mateixa manera, a és una arrel de a^2, de a^3, de a^4, etc. El signe $\sqrt{\ }$ és anomenat SIGNE RADICAL i la quantitat de sota el signe és anomenada quantitat SUBRADICAL. Quan aquest signe és col·locat davant d'una quantitat, indica que havem d'extreure l'arrel quadrada de la dita quantitat. Per a les altres arrels empleem el mateix signe, acompanyat d'un número nomenat ÍNDEX de l'arrel i que és escrit en l'obertura del signe radical (en l'arrel quadrada, doncs, és costum suprimir el número 2). Així, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[4]{a}$, significa l'arrel quadrada, l'arrel cúbica, l'arrel quarta de a. Generalment usem una ratlla horitzontal en combinació amb el signe radical per indicar la part de l'expressió compresa pel signe radical. Així, en l'expressió $\sqrt[3]{x}+y$ hom comprèn que tan sols caldrà extreure l'arrel cúbica de x. No obstant, si desitjàvem l'arrel cúbica de la suma $x+y$, escriuríem $\sqrt[3]{x+y}$ estenent la ratlla horitzontal ço que calgués per expressar que tota la part de l'expressió és compresa sota el signe radical. A voltes el signe radical es combina amb un parèntesi per indicar l'extensió del radical, encara que això és poc empleat; així, $\sqrt{\ }(x+y)$ equival a $\sqrt{x+y}$.

QUANTITATS POSITIVES I QUANTITATS NEGATIVES



9) Si convenim a considerar, per exemple, els diners guanyats com a QUANTITAT POSITIVA, els diners perduts poden ésser considerats com a QUANTITAT NEGATIVA.

Considerant positiva la quantitat d'aigua que entra en un dipòsit, serà quantitat negativa l'aigua que en surt o se n'escapa.

Com que dues quantitats que tenen una mateixa valor absoluta poden, segons es desprèn del que havem exposat anteriorment, tenir dos sentits oposats, són distingides afegint els signes següents:

el signe + per a les quantitats positives,
el signe — per a les quantitats negatives.

En els termòmetres anomenem positives (+) les temperatures superiors al zero (sobre zero) i temperatures negatives (—) les inferiors al zero (sota zero). Així, +10° vol dir deu graus sobre zero; —10° vol dir deu graus sota zero.

Suposem que amb el dit aparell havem realitzat diverses mesuracions de temperatures:

1. El termòmetre marcava $+20^{\circ}$ i ha pujat a $+40^{\circ}$; la variació de temperatura serà positiva (havem guanyat temperatura) i evidentment igual a $(+40^{\circ})-(+20^{\circ})=+20^{\circ}$.

2. El termòmetre marcava $+40^{\circ}$ i marca $+20^{\circ}$. La variació de temperatura serà negativa (pèrdua de temperatura) i igual a $(+20)-(+40)=-20$.

3. El termòmetre puja de -2° a $+20^{\circ}$. La variació serà positiva i igual a $(+20)-(-2)=+22$.

4. El termòmetre descendeix de $(+10)$ a (-5). La variació serà negativa i igual a $(-5)-(+10)=-15$.

5. El termòmetre puja de (-15) a (-5). La variació serà positiva i igual a $(-5)-(-15)=+10$.

6. El termòmetre baixa de (-3) a (-10). La variació serà negativa i igual a $(-10)-(-3)=-7$.

Veiem fàcilment amb aquest exemple que qualsevol quantitat positiva és major que zero i tota quantitat negativa és menor que zero: per tant, qualsevol quantitat positiva és major que qualsevol quantitat negativa. També és evident que de dues quantitats negatives, la més petita en valor absoluta és la major; per exemple, -5 és més gran que -7.

Veiem, doncs, que un número a és major que un altre número b quan la diferència $a-b$ és positiva. Al contrari, un número a és menor que altre número b quan sa diferència $a-b$ és negativa. Un instrument senzill, el termòmetre, ens aclareix aquest concepte.

ADDICIÓ DE QUANTITATS ENTERES POSITIVES I NEGATIVES

10) Si, per exemple, entren en un dipòsit 20 litres d'aigua, els podem expressar per la quantitat $+20$. Si més tard hi entren 30 litres més, que expressem per $+30$, quants litres hi haurà en el dipòsit? Evidentment, el número de litres que hi haurà en el dipòsit serà

$+20$ més $+30=50$ litres, que escriurem

$$(+20)+(+30)=50$$

Si d'un dipòsit ple d'aigua la quantitat que falta és expressada amb el signe negatiu i en traiem 35 litres, podem representar aquesta quantitat per -35. Si més tard en traiem 25 litres més, representarem aquesta quantitat per -25. Quants litres falten del dipòsit? Evidentment,

-35 més $-25=-60$ litres

que escriurem $$(-35)+(-25)=-60$$

La suma de quantitats positives amb quantitats negatives es compendrà millor encara amb la gràfica següent:

Prenent el 0 com a punt de partida, podem considerar com a positives les distàncies recorregudes en el sentit 0 A, per exemple, i com a negatives les recorregudes en el sentit 0 B.

Si un mòbil recorre, a partir del zero, 2 distàncies en el sentit 0 A i després 8 distàncies i després 5 distàncies més, n'haurà recorregut $+2$ més $+8$ més $+5$ ó, el que és igual, $(+2)+(+8)+(+5)=+15$.

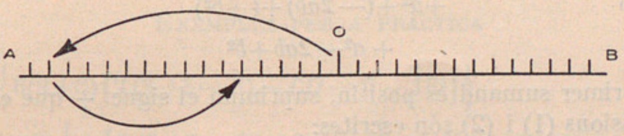
Si un mòbil recorre 2 distàncies en el sentit 0 B, després 3 més i després una en el mateix sentit, haurà recorregut

$$(-2)+(-3)+(-1)=-6 \text{ distàncies}$$

Després del que havem exposat anteriorment, compendrem fàcilment la següent

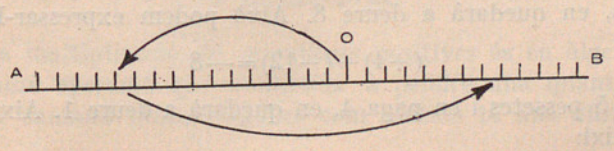
Regla 1.ª — LA SUMA ALGÈBRICA DE DOS O MÉS NÚMEROS QUE PORTEN EL MATEIX SIGNE, ÉS LA SEVA SUMA ARITMÈTICA AMB EL MATEIX SIGNE DELS SUMANDS.

Així: $(+4)+(+3)+(+15)+(+10)=+32$
$(-5)+(-4)+(-16)+(-20)=-45$



Si en la línia de la gràfica suposem que un mòbil recorre 15 distàncies en el sentit 0 A $(+15)$ i després 10 distàncies més a partir del punt on és arribat, retrocedint cap a B,
es trobarà de 0, a

$$(+15)+(-10)=+5 \text{ distàncies}$$



Si recorre 12 distàncies a partir de 0 en el sentit 0 A i 20 distàncies en el sentit 0 B, retrocedint del punt on havia arribat, se trobarà, com expressa la gràfica, a

$$(+12)+(-20)=-8 \text{ distàncies de } 0$$

Ço que havem exposat permet compendre la següent

Regla 2.ª — LA SUMA DE DOS NÚMEROS AMB SIGNES DIFERENTS ÉS

IGUAL A LA DIFERÈNCIA ARITMÈTICA DE LES SEVES VALORS ABSOLUTES I EL RESULTAT PORTA EL SIGNE DEL NÚMERO MAJOR.

Quan és qüestió de sumar diversos sumands de signe diferent sumarem separadament els sumands positius i a part també els negatius. Els números obtinguts seran sumats seguint la regla 2.ª

Exemples:

$$(+25)+(-4)=+21$$
$$(-30)+(+13)=-17$$
$$(+50)+(+30)+(-20)+(-15)=(+80)+(-35)=+45$$
$$(+20)+(-15)+(+40)+(-100)=(+60)+(-115)=-55$$
$$(+20)+(-20)=0$$

11) Quan els números que tractem de sumar són representats per guarismes, és costum col·locar-los els uns a continuació dels altres amb son signe propi suprimint el signe de sumar.

Així:

$$(+2)+(-4)+(-5)+(+8)$$

és escrita

$$+2-4-5+8 \qquad (1)$$

L'expressió

$$+a^2+(-2ab)+(+b^2)$$

és escrita

$$+a^2-2ab+b^2 \qquad (2)$$

Si el primer sumand és positiu, suprimim el signe + que el precedeix, i les expressions (1) i (2) són escrites:

$$2-4-5+8 \quad \text{i} \quad a^2-2ab+b^2$$

SOSTRACCIÓ DE QUANTITATS ENTERES POSITIVES I NEGATIVES

12) Si un individu té 4 pessetes i les dóna per a pagar un deute de 12 pessetes, en quedarà a deure 8. Això podem expressar-ho així:

$$(+4)-(+12)=-8$$

Si deu 5 pessetes i en paga 4, en quedarà a deure 1. Això ho podem expressar així:

$$(-5)-(-4)=-1$$

Regla. — PER A RESTAR NÚMEROS POSITIUS O NEGATIUS, ELS SUMAREM CANVIANT EL SIGNE DEL SUBTRAHEND.

Exemples:

$$34-(-30)=+34+30=+64$$
$$(-33)-(+20)=-33-20=-53$$
$$(-15)-(-15)=-15+15=0$$

13) Una suma algèbrica és una expressió que comprèn sumes i restes successives.

L'expressió

$$4-(-5)+(+8)-(+3)+(-2)$$

és una suma algèbrica i indica que havem d'efectuar la resta $4-(-5)$, afegir 8 al resultat, del nou resultat treure'n 3 i, finalment, afegir-hi -2.

14) Havem dit anteriorment que tota quantitat compresa en un símbol d'agregació (parèntesi, gafets, claus) indica que la quantitat compresa contenia un tot inseparable; per tant, tot signe que precedeixi el símbol d'agregació afecta tots els termes compresos pel dit símbol.

Si el signe + precedeix el símbol, podem suprimir el dit símbol sense alterar la valor de l'expressió.

Si el signe que precedeix el símbol és el signe —, per suprimir el símbol haurem de canviar els signes dels termes que comprèn. Així:

$$10+(8-7+5)-4=10+8-7+5-4=12$$
$$10-(8-7+5)-4=10-8+7-5-4=0$$

EXEMPLES PER A PRÀCTICA

1. $10\left\{6(2+3)\left[2(2+5-3)-(27-6-18)\right]\right\}$ S. $=1500$

2. $(15+2)\left\{-\left[5(7+2-4)-3(19-3+5)\right]5(2+3)\right\}$ S. $=16150$

3. $m\left\{-a\left[5(a+b)-7\left(\frac{1}{a}+ab\right)\right]\right\}$, S. $=-5ma^2-5mab+7m+7ma^2b$

MULTIPLICACIÓ DE QUANTITATS ENTERES POSITIVES O NEGATIVES

15) La multiplicació de quantitats positives és en àlgebra com en aritmètica una operació que consisteix a pendre una quantitat (multiplicand) per sumand tantes vegades com unitats té una altra (multiplicador).

$$5\times4=+5+5+5+5=20$$
$$(-5)\times4=+(-5)+(-5)+(-5)+(-5)=-20$$

Si el multiplicador fos negatiu:

donat $-4=-(+1)-(+1)-(+1)-(+1)$,

aleshores:

$$5\times(-4)=-(+5)-(+5)-(+5)-(+5)=-20$$

Si ambdós factors fossin negatius:

$$(-5)\times(-4)=-(-5)-(-5)-(-5)-(-5)=+20$$

Resumint aquestes operacions, tindrem:

$$\begin{aligned} 5\times 4 &= +20 \\ (-5)\times 4 &= -20 \\ 5\times(-4) &= -20 \\ (-5)\times(-4) &= +20 \end{aligned}$$

Si tindrem:

$$\begin{aligned} a\times\ \ b &= +c \\ -a\times\ \ b &= -c \\ a\times -b &= -c \\ -a\times -b &= +c \end{aligned}$$

Com podem observar en les quatre operacions últimes, en àlgebra caldrà tenir en compte no sols la valor absoluta del producte, sinó demés son signe. Els productes obtinguts obeeixen a la següent

REGLA DELS SIGNES: + per + dóna +
— » + » —
+ » — » —
— » — » +

o sigui:

EN MULTIPLICAR SIGNES IGUALS, EL RESULTAT ÉS +

EN MULTIPLICAR SIGNES DESIGUALS, EL RESULTAT ÉS —

16) Si el producte conté diversos factors, trobarem sa valor absoluta multiplicant aritmèticament les valors absolutes dels factors.

El signe serà + si conté un número PARELL O NUL de factors negatius, i — si el número de factors negatius és IMPARELL.

Així,

$$\begin{aligned} (+3)(+5)(+8) &= +120 \\ (+3)(-5)(-8) &= +120 \\ (+3)(-5)(+8) &= -120 \\ (-3)(-5)(-8) &= -120 \end{aligned}$$

Com també,

$$\begin{aligned} +a\times+b\times+c &= +d \\ +a\times-b\times-c &= +d \\ +a\times-b\times+c &= -d \\ -a\times-b\times-c &= -d \end{aligned}$$

17) Per multiplicar una suma indicada per un número, podem operar de dues maneres:

1.ª Verificar la suma i multiplicar el resultat obtingut pel multiplicador:

$$(3+4)\,5=7\times 5=35$$

2.ª Multiplicar cada sumand pel multiplicador i sumar els productes parcials:

$$(3+4)\,5=3\times 5+4\times 5=15+20=35$$

18) Per multiplicar per un número una diferència indicada, podem operar de les maneres següents:

1.ª Verificar la diferència i multiplicar la resta:

$$(7-4)\,5=3\times 5=15$$

2.ª Multiplicar el minuend i subtrahend separadament pel multiplicador i restar els productes parcials:

$$(7-4)\,5=7\times 5-4\times 5=35-20=15$$

19) Per multiplicar una suma algèbrica per un factor multiplicarem cada terme pel dit factor i sumarem després algèbricament els productes parcials obtinguts.

$$(a-b+c-d)\,m=am-bm+cm-dm$$

20) Si una expressió és formada per termes que tenen tots un factor comú, podem separar el FACTOR COMÚ col·locant-lo fora del parèntesi. El parèntesi compendrà els altres factors.

$$am-ac-axb+ay=a\,(m-c-xb+y)$$

Observant ço que havem fet, compendrem que és simplement l'operació inversa de la multiplicació algèbrica (paràgraf anterior).

21) El producte de dues sumes algèbriques és igual a la suma algèbrica dels productes obtinguts multiplicant tots els termes del primer factor per tots els termes del segon factor. Així:

$$(a-b-y)\,(d-x)=ad-bd-yd-ax+bx+yx$$

22) El quadrat de la suma de dos números dóna la fórmula següent:

$$(a+b)^2=(a+b)\,(a+b)=aa+ab+ab+bb=a^2+2ab+b^2$$

Tot això significa que EL QUADRAT DE LA SUMA DE DOS NÚMEROS ÉS IGUAL AL QUADRAT DEL PRIMER, MÉS EL DOBLE DEL PRIMER PEL SEGON, MÉS EL QUADRAT DEL SEGON.

23) El quadrat de la diferència de dos números dóna la fórmula següent:

$$(a-b)^2=(a-b)\,(a-b)=aa-ab-ab+bb=a^2-2ab+b^2$$

EL QUADRAT DE LA DIFERÈNCIA DE DOS NÚMEROS ÉS IGUAL AL QUA-

DRAT DEL PRIMER, MENYS EL DOBLE PEL PRIMER PEL SEGON, MÉS EL QUADRAT DEL SEGON.

24) EL PRODUCTE DE LA SUMA DE DUES QUANTITATS PER LA DIFERÈNCIA LLUR ÉS IGUAL A LA DIFERÈNCIA DELS QUADRATS DE LES DITES QUANTITATS:

$$(a+b)(a-b)=aa+ab-ba+bb=a^2-b^2$$

EXEMPLES PER A PRÀCTICA

1. $-3(7+5-2)$ Solució $=-30$
2. $7\left(a-\frac{b}{21}+c\right)$ » $=7a-\frac{b}{3}+7c$
3. $-a\left(\frac{a}{2}-\frac{ab}{3}+\frac{1}{a}\right)$ » $=-\frac{a^2}{2}+\frac{a^2b}{3}-1$

DIVISIÓ

FRACCIONS. LLURS PROPIETATS

25) Sabem per l'aritmètica que una fracció o trencat equival a una divisió indicada.

$$\frac{a}{b} \text{ equival a } a:b$$

i és pronunciat:

a partit per b ó a sobre b

En àlgebra generalment són indicades les divisions en la forma de trencats (1).

Respecte als signes dels quocients cal tenir en compte que en la divisió algèbrica seguim la mateixa regla dels signes de la multiplicació, és a dir: SI EL DIVIDEND I DIVISOR TENEN EL MATEIX SIGNE, EL QUOCIENT ÉS POSITIU; SI TENEN SIGNES CONTRARIS, EL QUOCIENT ÉS NEGATIU.

(1) Recordeu que el número col·locat sobre la línia del trencat és el *numerador;* el situat sota la ratlla, el *denominador*.

26) Tota fracció té tres signes, que són: el signe col·locat davant de la fracció i que afecta tota la fracció; el signe que precedeix el numerador, i el signe que precedeix el denominador. Quan ometem qualsevol d'aquests signes, sobreentenem que el signe que afecta és +.

Si canviem qualsevol d'aquests signes, es canvia el signe de la fracció:

Així, si suposem: $\frac{a}{b}=c,$

$$-\frac{a}{b}=-c; \quad \frac{-a}{b}=-c; \quad \frac{a}{-b}=-c$$

Si canviem a la vegada dos d'aquests signes, el signe de la fracció no s'altera:

$$-\frac{-a}{b}=-(-c)=+c$$

$$-\frac{a}{-b}=-(-c)=+c$$

$$\frac{-a}{-b}=+c$$

Si els canviem tots tres, s'altera el signe de la fracció:

$$-\frac{-a}{-b}=-c$$

27) Les fraccions algèbriques gaudeixen de les mateixes propietats que les fraccions aritmètiques.

Podem multiplicar els dos termes d'una fracció per un mateix número, sense alterar sa valor.

Així: $\frac{6}{3}=\frac{6\times 2}{3\times 2}=\frac{12}{6}=2, \quad \frac{6}{3}=\frac{6\times(-2)}{3\times(-2)}=\frac{-12}{-6}=2$

$$\text{si } \frac{a}{b}=c, \quad \frac{a\times m}{b\times m}=c, \quad \frac{a\times -m}{b\times -m}=\frac{-am}{-bm}=c$$

Si multipliquem els dos termes de la fracció per (—1), no varien ni la valor absoluta ni el signe.

$$\frac{8}{9}=\frac{8\times(-1)}{9\times(-1)}=\frac{-8}{-9}, \quad \frac{a}{b}=\frac{a\times(-1)}{b\times(-1)}=\frac{-a}{-b}$$

28) La propietat expressada permet convertir diverses fraccions en altres equivalents de denominador comú.

Així les fraccions $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$; $\frac{e}{f}$ equivalen respectivament a

$$\frac{adf}{bdf};\quad \frac{cbf}{bdf};\quad \frac{ebd}{bdf}$$

i les fraccions $\frac{-6}{8}$; $\frac{5}{-7}$; $\frac{3}{4}$ equivalen respectivament a

$$\frac{(-6)\times(-7)\times 4}{8\times(-7)\times 4};\quad \frac{5\times 8\times 3}{8\times(-7)\times 3};\quad \frac{3\times 8\times(-7)}{8\times(-7)\times 4}$$

29) Podem dividir els dos termes d'una fracció per un mateix número sense alterar la valor de la fracció.

$$\frac{-8}{16}=\frac{\frac{-8}{2}}{\frac{16}{2}};\qquad \frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$$

30) Reduir una fracció és transformar-la en una altra que sigui igual a la fracció donada però de termes més senzills.

Així:

$$\frac{-75}{100}=\frac{(-75):25}{100:25}=\frac{-3}{4}$$

$$(1)\qquad \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}=\frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a+b}{a-b}$$

31) Per sumar algèbricament diverses fraccions:

Si tenen el mateix denominador, la suma dels numeradors serà el numerador de la suma, i el denominador de la suma serà el denominador comú.

$$\frac{a}{p}+\frac{b}{p}+\frac{c}{p}=\frac{a+b+c}{p}$$

Si tenen denominador distint, els reduirem a un denominador comú i operarem com en el cas anterior.

Així:

$$\frac{a}{p}+\frac{b}{q}+\frac{c}{r}=\frac{aqr}{pqr}+\frac{bpr}{pqr}+\frac{pqc}{pqr}=\frac{aqr+bpr+pqc}{pqr}$$

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}=\frac{a-b}{(a+b)(a-b)}+\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{a-b+a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{2a}{a^2-b^2}$$

32) El producte de diverses fraccions algèbriques, és una fracció

(1) Llegiu els paràgrafs 22 i 25.

que té per numerador el producte dels numeradors dels factors, i per denominador el producte dels denominadors.

$$\frac{a}{p}\times\frac{b}{q}\times\frac{c}{r}=\frac{a\times b\times c}{p\times q\times r}=\frac{abc}{pqr}$$

33) El quocient de dues fraccions és obtingut multiplicant la fracció dividend per la fracció divisor invertida.

Així:

$$\frac{\left(\frac{a}{p}\right)}{\left(\frac{b}{q}\right)}=\frac{a}{p}\times\frac{q}{b}=\frac{aq}{pb}$$

ja que

$$\frac{aq}{bp}\times\frac{b}{q}=\frac{a}{p}\,.$$

$$\frac{-\frac{8}{2}}{\frac{6}{3}}=-\frac{8}{2}\times\frac{3}{6}=-\frac{8\times 3}{2\times 6}$$

Exercicis

1. Executar el producte $x=ab$, quan a i b prenen les valors particulars següents:

$a=-5$	$b=10$	Solució	$x=-50$
$a=9$	$b=-7$	»	$x=-63$
$a=15$	$b=11$	»	$x=165$
$a=-20$	$b=-7$	»	$x=140$

2. Executar el producte $x=abc$ quan a, b i c valen:

$a=b=c=-7$	Solució	$x=-343$
$a=b=10;\ c=-10$	»	$x=-1000$
$a=8;\ b=c=-5$	»	$x=200$
$a=6;\ b=8;\ c=3$	»	$x=144$

3. Executar les operacions:

$(3+4-5)\ 9x+(5+2-10)\ x(-3)$	Solució,	$+27x$
$(16+2-6-12)\ 5x+(9-6\times 5)\ x(-3)$	»	$-45x$

4. Efectuar les operacions següents:

$$-\frac{6}{7}\times\frac{5}{12}$$ Solució, $-\frac{5}{14}$

$$\frac{6\left(7-\frac{5}{3}\right)}{-16}$$ Solució, -2

$$6\left(\frac{\frac{8+6}{15}}{-\frac{2}{4}}+\frac{6}{2}\right)\times(-7)$$ Solució, $-47{,}6$

POTÈNCIES I ARRELS

TEORIA DELS EXPONENTS

34) Sabem que l'elevació a potències és un cas particular de la multiplicació, puix és una multiplicació en la qual tots els factors són iguals.

Com que una potència és un producte de diversos factors resultarà que:

Tota potència d'un número positiu serà sempre positiva.

$$(+5)^4=(+5)(+5)(+5)(+5)=+625$$
$$(+5)^3=(+5)(+5)(+5)\qquad=+125$$

Tota potència d'un número negatiu, si és de grau parell, serà també positiva.

$$(-5)^4=(-5)(-5)(-5)(-5)=+625$$

perquè, segons la regla dels signes

$$(-5)(-5)=+25\,;\ (+25)(-5)=-125$$
$$(-125)(-5)=+625$$

TOTA POTÈNCIA D'UN NÚMERO NEGATIU, SI ÉS DE GRAU IMPARELL, ÉS NEGATIVA.

$$(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$$

perquè

$$(-5)(-5) = +25 \,; \; (+25)(-5) = -125$$

35) Anem a multiplicar potències que tenen una mateixa base, per exemple:

$a^4 \times a^3 \times a^2$. Evidentment, aquest producte equival a aquest altre:

$$aaaa \times aaa \times aa = aaaaaaaaa = a^9 = a^{4+3+2}$$

Això ens facilita la comprensió de la següent

Regla. — EL PRODUCTE DE POTÈNCIES D'UNA MATEIXA BASE ÉS UNA POTÈNCIA D'AQUESTA BASE, QUE TÉ PER EXPONENT LA SUMA ALGÈBRICA DELS EXPONENTS DELS FACTORS.

Així

$$a^4 \times a^3 \times a^{-2} = a^{4+3-2} = a^5$$
$$a^{-4} \times a^9 \times a^{-2} = a^3$$
$$a^2 \times a^{-1} = a^1$$

36) Per dividir dues potències, per exemple $\frac{a^7}{a^5}$, direm:

$$\frac{a^7}{a^5} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a}$$

Com que sabem que els factors iguals en el numerador i denominador poden ésser objecte de simplificació, tindrem que el segon membre és igual a a^2.

Si observem que l'exponent 2 del quocient és igual a la diferència $7-5$ dels exponents del numerador i denominador, podem escriure:

$$\frac{a^7}{a^5} = a^{7-5} = a^2$$

Ço que havem exposat ens facilita la comprensió de la següent

Regla. — EL QUOCIENT DE DUES POTÈNCIES D'UNA MATEIXA BASE ÉS UNA POTÈNCIA DE LA DITA BASE, L'EXPONENT DE LA QUAL ÉS OBTINGUT RESTANT DE L'EXPONENT DEL NUMERADOR, EL DEL DENOMINADOR.

37) La divisió de potències ens porta a les consideracions següents:

Sabem que

$$\frac{a^7}{a^4} = a^{7-4} \;;\quad \text{com que } a^{7-4} = a^7 \times a^{-4}$$

resulta

$$\frac{a^7}{a^4} = a^7 \times a^{-4}$$

Això ens diu que podem també formular la següent regla:

El quocient de dues potències és igual al producte del dividend pel divisor amb el signe de l'exponent d'aquest, canviat.

La qual ens condueix als mateixos resultats que l'anterior.

Per exemple:

$$\frac{a^5}{a^1} = \left\{ \begin{matrix} a^{5-1} \\ a^5 \times a^{-1} \end{matrix} \right\} = a^4$$

$$\frac{a^7}{a^9} = \left\{ \begin{matrix} a^{7-9} \\ a^7 \times a^{-9} \end{matrix} \right\} = a^{-2}$$

$$\frac{a^5}{a^{-1}} = \left\{ \begin{matrix} a^{5+1} \\ a^5 \times a^1 \end{matrix} \right\} = a^6$$

38) Si dividim dues potències del mateix grau d'una mateixa base, el quocient serà la dita base elevada a zero, puix que

$$\frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0$$

Per altra part, tota quantitat dividida per si mateixa dóna la unitat:

$$\frac{a^5}{a^5} = 1$$

Comparant aquesta igualtat amb l'anterior, resulta:

$$a^0 = 1$$

La qual cosa ens mostra que:

Tota quantitat elevada a zero és igual a la unitat.

Així

$$b^0 = 1; \quad 10^0 = 1; \quad 1000^0 = 1$$

Del que havem exposat anteriorment, es dedueix que:

39) Si el numerador és igual a la unitat, pot ésser substituït per la potència zero de la base del denominador.

$$\frac{1}{a^4}=\frac{a^0}{a^4}=a^{0-4}=a^{-4}$$

Així és que TOTA FRACCIÓ QUE TÉ PER NUMERADOR LA UNITAT POT ÉSSER REPRESENTADA PER UNA POTÈNCIA DEL DENOMINADOR, L'EXPONENT DEL QUAL TINDRÀ EL SIGNE CANVIAT.

Exemples:

$$\frac{1}{a^8}=a^{-8}\;;\quad \frac{1}{10^2}=10^{-2}\;;\quad \frac{1}{a}=a^{-1}\;;\quad \frac{1}{20}=20^{-1}\;;\quad \frac{1}{a^{-6}}=a^6$$

40) Si l'exponent del numerador és menor que l'exponent del denominador, la potència quocient tindrà son exponent negatiu.

$$\frac{a^5}{a^7}=a^{5-7}=a^{-2}$$

41) Elevem una fracció a una potència qualsevol, elevant cada un dels termes de la fracció a la potència indicada.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^5=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot=\frac{aaaaa}{bbbbb}=\frac{a^5}{b^5}\;;\quad \left(\frac{-4}{9}\right)^3=\frac{(-4)^3}{9^3}=-\frac{64}{729}$$

42) La potència d'una potència és una altra potència de la mateixa base i amb un exponent obtingut multiplicant els exponents. Així

$$(a^6)^4=a^6\,.\,a^6\,.\,a^6\,.\,a^6\,.=a^{6+6+6+6}=a^{6\cdot 4}=a^{24}$$

Altres exemples:

$$(a^2)^x=a^{2x}\;;\;(a^{-5})^y=a^{-5y}\;;\;((a^2)^3)^8=a^{2\cdot 3\cdot 8}=a^{48}$$

$$\left(\frac{a^{-3}}{b^5}\right)^4=\frac{a^{-12}}{b^{20}}$$

43) Arrel d'una quantitat (n.º **8**) és una altra quantitat que, elevada a una potència del mateix grau que l'índex de l'arrel, dóna la quantitat subradical. Així: $\sqrt{100}=10$, perquè $10^2=100$; $\sqrt{a^2}=a$, etc.

44) El signe de l'arrel ens serà donat per la regla dels signes de les potències (n.º **35**). Representant a l'arrel enèsima de x, $a = \sqrt[n]{x}$.

$$\text{Si } n \text{ és imparell, } \sqrt[n]{+x} = +\sqrt[n]{x} = +a$$

$$\text{Si } n \text{ és imparell, } \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x} = -a$$

$$\text{Si } n \text{ és parell, } \sqrt[n]{+x} = +\sqrt[n]{x} = \pm a$$

pero si n és parell i x és negatiu, l'expressió $\sqrt[n]{-x}$ no té valor real, puix no hi ha cap nombre, positiu o negatiu, que elevat a una potència de grau parell doni una quantitat negativa. Aqueixas quantitats que no tenen valor real, són anomenades *quantitats imaginàries;* en parlarem més endavant.

45) Si tinguéssim d'extreure l'arrel quadrada de a^8 diríem:

$$a^8 = a^{4 \cdot 2} = (a^4)^2 \text{ , aleshores } a^4 = \sqrt{a^8}$$

$$\sqrt{a^8} = a^{\frac{8}{2}} = a^4 \text{ ; } \sqrt[4]{a^{12}} = a^{\frac{12}{4}} = a^3$$

L'ARREL D'UNA QUANTITAT POT TRANSFORMAR-SE EN UNA POTÈNCIA DE LA DITA QUANTITAT D'EXPONENT FRACCIONARI; SERÀ NUMERADOR, L'EXPONENT DE LA QUANTITAT SUBRADICAL (la unitat si no té exponent, segons núm. **37**) I DENOMINADOR L'ÍNDEX DE LA ARREL

$$\sqrt[4]{a^6} = a^{\frac{6}{4}} \text{ ; } \sqrt[8]{b} = b^{\frac{1}{8}} \text{ ; } \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{c^{\frac{1}{2}}} = c^{-\frac{1}{2}}$$

46) Recíprocament: tota quantitat afectada d'exponent fraccionari ens indica que cal elevar la dita quantitat a una potència del grau indicat pel numerador de l'exponent i extreure del resultat obtingut l'arrel de l'ordre indicat pel denominador de l'exponent. Així:

$$8^{\frac{3}{2}} = \sqrt{8^3} = \sqrt{512} \text{ ; } \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} \text{ ; } \quad x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

47) L'ARREL D'UNA FRACCIÓ POT TRANSFORMAR-SE EN UNA ALTRA

FRACCIÓ EXTRAIENT LES ARRELS DE L'ORDRE DONAT DE CADA UN DELS SEUS TERMES. Així,

$$\sqrt[3]{\frac{-125}{512}}=\frac{\sqrt[3]{-125}}{\sqrt[3]{512}}=\frac{-5}{8}=-\frac{5}{8}\,;\ \sqrt[x]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[x]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{x}}}{b^{\frac{1}{x}}}=a^{\frac{1}{x}}\times b^{-\frac{1}{x}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{x^a}}=\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{x^a}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^a}}=\frac{1}{x^{\frac{a}{3}}}=x^{-\frac{a}{3}}$$

Exercicis

1. Quines valors pendrà $x=a^n$ quan a i n prenen les valors particulars següents?

$$\begin{cases}a=-1,\\n=5,\\x=-1,\end{cases}\begin{cases}a=5,\\n=1,\\x=5,\end{cases}\begin{cases}a=-3,\\n=2,\\x=9,\end{cases}\begin{cases}a=3,\\n=3,\\x=27,\end{cases}\begin{cases}a=25,\\n=4,\\x=390625,\end{cases}\begin{cases}a=-5,\\n=2,\\x=25,\end{cases}\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\n=0\\x=1\end{cases}$$

Solucions: (valors de x a la darrera fila)

Efectuar les operacions següents:

2\. ...... $m^{\frac{1}{2}}\times m^{\frac{1}{6}}$ Solució: $m^{\frac{2}{3}}$

3\. ...... $ab^{\frac{1}{2}}\times a^{-\frac{1}{2}}b$ » $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}$

4\. ...... $c^{\frac{x}{2}}:\left(\sqrt{c}\right)^{-x}$ » c^x

5\. ...... $x^{-2}:(x^2)^{-\frac{1}{2}}$ » x^{-1}

6\. ...... $\left(cd^{\frac{-n}{m}}\right)^{2m}\times\sqrt{d^{4n}}$ » c^{2m}

PROPIETATS DE LES DESIGUALTATS

48) Si afegim o traiem als dos membres d'una desigualtat una mateixa quantitat, no alterem el sentit de la desigualtat, puix si $a>b$ la diferència $a-b$ serà positiva i també $(a+c)-(b+c)$ serà positiva, ja que $(a+c)-(b+c)=a+c-b-c=a-b$; per tant, $a+c>b+c$. Així, essent $-8>-15$, tindrem $-8+7>-15+7$, o sigui $-1>-8$.

49) Quan multipliquem o dividim els termes d'una desigualtat per un número diferent de zero, pot succeir:

1.er Si aquest número és positiu, la igualtat subsisteix en el mateix sentit. Essent $4<8$, tindrem $4\times5<8\times5$, o sigui $20<40$;

2.on Si el número pel qual multipliquem és negatiu, la desigualtat canvia de sentit. Essent $4<8$, tindrem $4\times-5>8\times-5$, o sigui $-20>-40$.

Si $a>b$, la diferència $a-b$ serà positiva. Multiplicant per c, tenim $(a-b)c=ac-bc$; la valor absoluta ac essent major que bc, $ac-bc$ serà positiu si c és positiu; per tant, $ac>bc$.

Si c fos negatiu, la diferència anterior $ac-bc$ seria negativa i, per tant, $ac<bc$.

Donem a a la valor -2 i a b la de -8 i tindrem $-2>-8$.

Si multipliquem per $c=+5$, $-2\times5>-8\times5$; $-10>-40$.

Si multipliquem per $c=-5$, $(-2)(-5)<(-8)(-5)$; $10<40$.

Exercicis

Expressar en fórmules algèbriques

1. x quadrada, més y quadrada, més doble de xy.

Solució: x^2+y^2+2xy

Digueu com és pronunciat correntment.

Solució: x dos, més y dos, més dos xy.

2. La fracció a sobre 2, que multiplica la quantitat x, més la fracció a sobre *dos*, és igual a x dos.

Solució: $\frac{a}{2}\left(x+\frac{a}{2}\right)=x^2$

3. Digueu com hom pronuncia correctament la fórmula

$$\sqrt{\frac{b^2+(a-x)^2}{x}}=\frac{1}{3}$$

Solució: L'arrel quadrada de la fracció b dos, més quadrat de a menys x, tot sobre x, és igual a un terç;

4. $$10x+y-7\left(x-\frac{y}{4}\right)+\frac{x^2-y^2}{2cd}$$

Solució: Deu x, més y, menys producte de set, per x menys la fracció y sobre quatre, més la fracció x dos, menys y dos, sobre dos cd.

5. $$\frac{x^2+xy}{x^2+y^2}\left(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x-y}\right)$$

Solució: La fracció x dos, més xy, sobre x dos més y dos; multiplica x, sobre x menys y, menys y sobre x menys y.

6. $$(x+1)^2y-(x-1)-[(y+1)x]^2-(y-1).$$

Solució: El quadrat de la quantitat: x més u multiplicat per y, menys x menys u; menys el quadrat de la quantitat: y més u multiplicat per x, menys y menys u.

Exercicis

1. Plantejar i efectuar la suma $x=a+b$ quan a i b prenen les valors particulars següents:

$a=12$	$b=18$	Solució	$x=30$
$a=-12$	$b=18$	»	$x=6$
$a=12$	$b=-18$	»	$x=-6$
$a=-12$	$b=-18$	»	$x=-30$
$a=12$	$b=-12$	»	$x=0$

2. Plantejar i efectuar la resta $x=a-b$, quan a i b prenen les valors particulars següents:

$a=-77$	$b=30$	Solució	$x=-107$
$a=-91$	$b=-169$	»	$x=78$
$a=-68$	$b=-47$	»	$x=-21$
$a=77$	$b=30$	»	$x=47$
$a=12$	$b=-12$	»	$x=24$
$a=12$	$b=12$	»	$x=0$

3. Indicar els resultats numèrics de l'expressió

$$x=l+m-p-r$$

quan l, m, p i r prenen les valors particulars:

$l=3$	$m=7$	$p=11$	$r=19$	Solució	$x=-20$
$l=-5$	$m=3$	$p=27$	$r=-5$	»	$x=-24$
$l=-15$	$m=-9$	$p=-4$	$r=3$	»	$x=-23$

4. Plantejar i efectuar les operacions següents:

a)	$15+13-7-3-5+9-2$	Solució	20
b)	$25-42+1-37+10-12$	»	-55
c)	$4,7+3,25-1,04$	»	$6,91$
d)	$0,0695-1,293+1,1056-2,44$	Solució	$-2,5579$
e)	$13-(2+5)+(6+4+1)-9$	»	8
f)	$6-10-4-(6-17-9+25)$	»	-13
g)	$95-(+7)+(-21)-(+30)$	»	37
h)	$20+(-5)-(+8)-(-64)$	»	71
i)	$\dfrac{-11}{15}\cdot\dfrac{5}{22}$	»	$-\dfrac{1}{6}$
j)	$\dfrac{11}{-15}\cdot\dfrac{-5}{-22}$	»	$-\dfrac{1}{6}$
k)	$\dfrac{6}{7}\cdot\dfrac{-5}{-12}$	»	$\dfrac{5}{14}$

5. Efectuar les divisions següents:

$\dfrac{16}{15}:\dfrac{3}{4}$	Solució	$\dfrac{64}{45}$
$\dfrac{80}{-81}:\dfrac{25}{7}$	»	$-\dfrac{112}{405}$
$\dfrac{-16}{-15}:\dfrac{3}{4}$	»	$\dfrac{64}{45}$
$\dfrac{-8}{-15}:\dfrac{-49}{-45}$	»	$\dfrac{24}{49}$

ALFABET GREC

LLETRES GREGUES		Equivalència	Pronunciació
Majúscules	Minúscules		
Α	α	a	alfa
Β	ϐ, β	b	beta
Γ	γ	g	gamma
Δ	δ	d	delta
Ε	ε	e	épsilon
Ζ	ζ	z	zeta
Η	η	e	eta
Θ	θ	t	teta
Ι	ι	i	yota
Κ	ϰ	k, c	cappa
Λ	λ	l	lambda
Μ	μ	m	mu
Ν	ν	n	nu
Ξ	ξ	x	csí
Ο	ο	o	ómicron
Π	π	p	pi
Ρ	ρ	r	ro
Σ	σ, ς	s	sigma
Τ	τ	t	tau
Υ	υ	u	úpsilon
Φ	φ	f	fi
Χ	χ	ch	ki
Ψ	ψ	ps	psi
Ω	ω	o	omega

ÀLGEBRA

PRIMERA PART

PROBLEMES

1. Sumar $+3a^2 - 5a$ i $-5a^2 + 5a$.

2. Restar $7ax^2 - 2bx$ de $-7ax^2 - 2bx$.

3. A què és igual el producte de la suma de dues quantitats per la seva diferència?

4. Quina és la valor de x^0?

5. Un home surt d'un punt i camina 150 m en un sentit, després 70 en sentit contrari, després 85 en el primer sentit i després 200 en sentit contrari : a quina distància es trobarà del punt de partida?

6. Suprimir els parèntesis de l'expressió

$$4x^2 - (ax + b - c) + (2b^2 - d)$$

7. Reduir les fraccions $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, $\frac{g}{h}$ a un comú dominador.

8. Fer la suma $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} + \frac{p}{q}$.

9. Trobar la valor de $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{b}}$

10. Quina és la valor de $\frac{8^2}{x^0}$?

11. Trobar la valor de $\left(\frac{7ax}{5by}\right)^3$.

12. A què és igual l'expressió $\sqrt[6]{x^2}$.

13. Cercar la valor de l'expressió

$$x = a - b \text{ quan } a = -5 \text{ i } b = -2$$

14. Quina és la valor del producte $5\,(-6)$ dividit per -2?

15. Multiplicar per -1 l'expressió $4x^2 - 3x + d$.

16. Reduir l'expressió $\frac{a^2 - b^2}{(a+b)^2}$ a la seva forma més simple.

17. Com és enunciada la regla dels signes?

18. Multiplicar $x - y + z$ per $a + b - c$.

19. De dues quantitats negatives, quina és la més gran?

20. Quina diferència hi ha entre una suma algèbrica i una suma aritmètica? Poseu un exemple de cada una.