

Mancomunitat de Catalunya

EXTENSIO
D'ENSENYAMENT
T E C N I C

JOAN GRAU I VILA
PLAÇA SAGRADA FAMÍLIA, 4
BARCELONA



TEXT N.º 5

ARITMETICA

PART V

Carrer d'Urgell 187 Barcelona



R. 14894



ARITMÈTICA

CINQUENA PART

ELEVACIÓ A POTÈNCIES

1. *Potència* d'un nombre és el resultat de multiplicar-lo una o diverses vegades per ell mateix, o el producte de diversos factors iguals al dit nombre.

2. El producte d'un nombre pres dues vegades com a factor és anomenat SEGONA POTÈNCIA del dit nombre. El producte d'un nombre pres tres vegades com a factor és anomenat TERCERA POTÈNCIA. El producte d'un nombre pres quatre vegades com a factor és anomenat QUARTA POTÈNCIA, etc.

La segona potència d'un nombre és anomenada també *quadrat* del dit nombre, perquè, segons veurem a la Geometria, l'operació d'eleva a aquesta potència és la que es verifica per trobar la superfície d'un quadrat, i la tercera potència és també anomenada *cub*, per ésser l'elevació a la tercera potència, l'operació mitjançant la qual es troba el volum d'un cub.

Per expressar la potència, és a dir, el nombre de vegades que cal prendre el nombre com a factor, escrivim un numeret a la dreta i a la part superior del nombre.

La segona potència o quadrat de 3	és escrita :	3^2
La tercera » o cub » »		3^3
La quarta » » »		3^4
La cinquena » » »		3^5
La sisena » » »		3^6
La vintena » » »		3^{20}

El nombre que expressa la potència, és anomenat *exponent*.

El nombre que cal elevar a una potència és la *base* de la potència.

Grau d'una potència és el nombre d'unitats del seu exponent.

Així, de 3^6 , direm que 3 és la base, 6 l'exponent i que la potència és de grau sisè.

3. Del que havem exposat anteriorment es desprèn que PER A ELEVAR UN NOMBRE A UNA POTÈNCIA, CAL EMPRAR-LO COM A FACTOR TANTES VEGADES COM UNITATS TÉ L'EXPONENT.

Exemple : Elevar 25 a la quarta potència:

$$25^4 = 25 \times 25 \times 25 \times 25 = 390\ 625$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \\ \times 25 \\ \hline 3125 \\ 1250 \\ \hline 15625 \\ \times 25 \\ \hline 78125 \\ 31250 \\ \hline 390625 \end{array}$$

Exemple : 1,5 elevat al cub o tercera potència:

$$1,5^3 = 1,5 \times 1,5 \times 1,5 = 3,375$$

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \times 1,5 \\ \hline 7\ 5 \\ 1\ 5 \\ \hline 2,2\ 5 \\ \times 1,5 \\ \hline 1\ 1\ 2\ 5 \\ 2\ 2\ 5 \\ \hline 3,3\ 7\ 5 \end{array}$$

4. Si havem d'elevat un trencat a potències, l'escriurem dintre un parèntesi, fora del qual és col·locat l'exponent.

Per a elevar $\frac{2}{3}$ al cub, escrivim: $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$$\text{Ara bé } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Això ens indica que PER A ELEVAR UN TRENCAT A UNA POTÈNCIA, CAL ELEVAR A LA POTÈNCIA INDICADA PER L'EXPONENT, EL NUMERADOR I EL DENOMINADOR DEL TRENCAT.

5. Observant que:

$$1^2 = 1; 1^3 = 1; 1^6 = 1; \dots 1^n = 1$$

podem assentar : TOTA POTÈNCIA DE LA UNITAT ÉS IGUAL A LA UNITAT.

Observant que : $0,5^3 = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125$

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ \times 0,5 \\ \hline 0,25 \\ \times 0,5 \\ \hline 0,125 \end{array}$$

veiem que 0,125 és menor que 0,5; de manera que podem dir : LA POTÈNCIA QUALSEVOL D'UN NOMBRE MENOR QUE LA UNITAT, ÉS UN NOMBRE MÉS PETIT QUE LA BASE, I DISMINUEIX A MESURA QUE AUGMENTA L'EXPONENT.

6. Són pocs els nombres de 1 a 1000 que siguin *potències perfectes*, és a dir, que puguin descompondre's en un cert nombre de factors iguals.

Entre els nombres de 1 a 1000 són quadrats perfectes els següents:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100
121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324
361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676
729, 784, 841, 900, 961

que són els quadrats de 1, 2, 3, 4, 31, respectivament.

Són cubs perfectes els nombres

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000

que són els cubs de 1, 2, 3, 4, 10, respectivament.

Són potències quartes perfectes els nombres

$$1, 16, 81, 256, 625$$

de 1, 2, 3, 4, 5, respectivament.

Són potències de grau cinquè

$$1, 32, 243$$

respectivament de 1, 2 i 3.

Són potències de grau sisè

$$1, 64, 729$$

potències sisenes de 1, 2 i 3.

Les potències úniques de grau setè inferiors a 1000, són les potències setenes de 1 i de 2, que són 1 i 128.

7. El menor i el major nombre que podem escriure amb una sola xifra són 1 i 9; els seus quadrats respectius són 1 i 81. El menor i el major nombre que podem escriure amb dues xifres són 10 i 99; els seus quadrats són 100 i 9801, respectivament. El menor i major nombre que podem escriure amb tres xifres són : 100 i 999; els seus quadrats són 10000 i 998001, respectivament.

Si colloquem aquests nombres i els quadrats respectius en la forma següent:

$$\begin{array}{ll} 1^2 = 1 & 9^2 = 81 \\ 10^2 = 100 & 99^2 = 9801 \\ 100^2 = 10\ 000 & 999^2 = 998\ 001 \\ 1000^2 = 1\ 000\ 000 & 9999^2 = 99\ 980\ 001 \end{array}$$

observarem que el quadrat d'un nombre d'una xifra té una o dues xifres; el quadrat d'un nombre de dues xifres té tres o quatre xifres; el quadrat d'un nombre de tres xifres té cinc o sis xifres. En general, el quadrat d'un nombre té el doble de xifres que el nombre donat o bé el doble menys una.

8. El quadrat dels decimals té sempre el doble nombre de xifres que el nombre donat:

$$\begin{array}{ll} \text{Així:} & 0,9^2 = 0,81 \\ & 0,02^2 = 0,0004 \\ & 0,005^2 = 0,000025 \end{array}$$

9. Efectuar les operacions següents:

a) 35^3 b) 59^6 c) $23,30^5$ d) $0,25^4$ e) $1,08^5$

f) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ g) $\left(\frac{9}{11}\right)^4$

EXTRACCIÓ D'ARRELS

L'extracció d'arrels és l'operació inversa de l'elevació a potències, és a dir: és una operació que consisteix a trobar un dels factors iguals en què es pot descompondre un nombre. Aquest factor és anomenat *arrel* del nombre.

10. 4 és el quadrat de 2; per tant, 2 és l'arrel quadrada de 4.

27 és el cub de 3; 3 és, doncs, l'arrel cúbica de 27.

16 és la quarta potència de 2; 2 és, doncs, l'arrel quarta de 16.

En general, L'ARREL D'UN NOMBRE ÉS UN ALTRE NOMBRE QUE MULTIPLICAT UNA O DIVERSES VEGADES PER ELL MATEIX REPRODUEIX EL NOMBRE DONAT.

11. Per a indicar que s'ha d'extreure l'arrel d'un nombre, el collocarem sota el signe $\sqrt{\quad}$ que és anomenat *signe radical*, o senzillament *radical*, i a l'obertura d'aquest posarem un numeret que indica el grau de l'arrel, i que és anomenat *índex*. Així l'arrel quarta de 625 és expressada:

$$\sqrt[4]{625}$$

i la seva valor serà un nombre, la potència quarta del qual és 625.

$$\sqrt[3]{216} \quad \text{vol dir arrel cúbica de 216}$$

$$\sqrt[4]{81} \quad \text{vol dir arrel quarta de 81}$$

$$\sqrt[5]{243} \quad \text{vol dir arrel cinquena de 243}$$

$$\sqrt[7]{13468} \quad \text{vol dir arrel setena de 13468}$$

Quan es tracta de l'arrel quadrada no posem cap índex; així:

$$\sqrt{25} \quad \text{vol dir arrel quadrada de 25}$$

12. Les arrels de les potències dels nombres enters són *arrels exactes* del mateix grau.

Exemples : L'arrel quadrada de 16 (quadrat de 4) és 4; l'arrel cúbica de 27 (cub de 3) és 3; l'arrel quarta de 16 (quarta potència de 2) és 2.

Les arrels dels nombres que no són potències exactes, és a dir, que no es poden descompondre en factors enters iguals, són *inexactes*. L'arrel quadrada de 22, per exemple, no és exacta, perquè 22 no és el quadrat perfecte de cap nombre enter. Com que 22 és comprès entre 16 i 25, quadrats perfectes, la seva arrel quadrada estarà compresa entre 4 i 5, arrels quadrades de 16 i de 25, respectivament. L'arrel quadrada de 22 serà, doncs, 4, més un residu compost d'una sèrie interminable de xifres decimals.

Aquestes arrels inexactes que no poden ésser expressades exactament, per més xifres decimals que considerem, són nombres *incommensurables*.

ARREL QUADRADA

13. L'arrel quadrada dels quadrats perfectes compresos entre 1 i 100 pot ésser calculada mentalment sabent de memòria els quadrats dels 10 primers nombres. Així:

Nombres:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrats:	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

14. El nombre de xifres que tindrà l'arrel quadrada d'un nombre qualsevol és fàcil de calcular.

Les arrels quadrades dels nombres que consten de desenes i unitats, és a dir, superiors a 9 i inferiors a 100, tindran una sola xifra, perquè el major quadrat perfecte comprès entre 1 i 99 és 81, l'arrel del qual és 9.

Les arrels quadrades dels nombres de tres o quatre xifres, és a dir, compresos entre 100 i 9999, tindran dues xifres, perquè l'arrel quadrada de 100 (que és el nombre menor de tres xifres) és 10 que en té dues; i l'arrel quadrada de 9801 (el major quadrat perfecte contingut en 9999, que es el nombre major de quatre xifres), és 99, el nombre major compost de dues xifres.

Les arrels quadrades dels nombres que consten de cinc o sis xifres tenen tres xifres, perquè l'arrel quadrada de 10000 (que és el nombre menor que consta de cinc xifres) és 100, nombre menor de tres xifres; i l'arrel quadrada de 998001 (el major quadrat perfecte comprès entre 1 i 999999, que és el major de sis xifres) és 999, el nombre major de tres xifres; etc.

Del que havem exposat es dedueix que L'ARREL QUADRADA D'UN NOMBRE ENTER CONSTA DE TANTES DE XIFRES COM PERÍODES DE DUES XIFRES TINGUI

$$\begin{array}{r} 192 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 364 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 566 \\ 3 \end{array}$$

EL NOMBRE PROPOSAT, CONSTITUÏNT UN PERÍODE LA XIFRA QUE QUEDARÀ QUAN EL NOMBRE DE XIFRES DEL NOMBRE DONAT ÉS IMPARELL.

Així, l'arrel quadrada de 235461 tindrà tres xifres, ja que pot ésser dividit en tres períodes : 23, 54, 61, i l'arrel quadrada de 5031261 tindrà quatre xifres, perquè el nombre de períodes en què pot ésser dividit és quatre : 5, 03, 12, 61.

15. El procediment que cal seguir per extreure l'arrel quadrada d'un nombre, serà comprès perfectament per mitjà dels exemples següents:

Exemple d'arrel quadrada exacta d'un enter:

Extreure l'arrel quadrada de 75625

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{75625} & 275 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 75625 \\
 -4 \\
 \hline
 356 \\
 -329 \\
 \hline
 2725 \\
 -2725 \\
 \hline
 0
 \end{array} & \begin{array}{r}
 48 \quad 47 \quad 545 \\
 \times 8 \quad \times 7 \quad \times 5 \\
 \hline
 384 \quad 329 \quad 2725
 \end{array}
 \end{array}$$

La manera d'efectuar l'operació ha estat la següent:

a) Havem dividit el nombre 75625 en grups de dues xifres, començant per la dreta : 7, 56, 25.

b) Havem calculat l'arrel quadrada del primer període de l'esquerra, ço és

$$\sqrt{7} = 2$$

i havem pres aquesta xifra com a primera xifra de l'arrel.

c) Havem elevat aquesta xifra al quadrat i havem restat aquest quadrat del primer període, $2^2 = 4$; $7 - 4 = 3$.

d) Havem baixat al costat de la resta el segon període (56), bo i separant per mitjà d'un punt la xifra de la dreta (6). El que queda a l'esquerra (35) ha estat dividit pel doble de la primera xifra de l'arrel (4). Així, $35 : 4$, que dóna 8 de quocient.

El producte 4 ha estat escrit dessota el 2 de l'arrel. Havem col·locat el quocient 8 al costat del 4 (doble de l'arrel).

e) El nombre 48 resultant ha estat multiplicat per la darrera xifra 8.

$$48 \times 8 = 384$$

f) Hem restat aquest producte del dividend complet 356, i quan, com

en aquest cas, el resultat (384) és més gros, hem disminuït el quocient $\left(\frac{35}{4}\right)$ d'una unitat, quedant així 7 en lloc de 8; en repetir ara les operacions ja indicades resulta $47 \times 7 = 329$, que és el nombre que restarem, quedant, com es veu, la diferència 27.

El poder-se, doncs, restar, ens indica que el nombre trobat (7) és de l'arrel; per tant l'escrivim sobre la ratlla al costat del 2.

g) Baixem ara el període següent (25), al costat del nombre 27, residu trobat, i separem, per mitjà d'un punt, la primera xifra de la dreta, com havem fet anteriorment. Dividim el nombre de l'esquerra, 272, pel doble de l'arrel 27, que és 54. (Escriuim el 54 dessota la línia.) El quocient (5) és col·locat al costat del 54, bo i formant el nombre 545.

h) Multipliquem el nombre 545 per la seva última xifra 5; $545 \times 5 = 2725$.

i) Restem el nombre 2725 del darrer dividend complet 2725, ço que dona un residu zero

j) El quocient 5 és, doncs, acceptable; constitueix la tercera xifra de l'arrel, i l'escrivim al costat de les xifres anteriors; 275 és, doncs, l'arrel quadrada de 75625.

La prova consistirà a elevar 275 al quadrat; $275^2 = 75625$; per tant, l'operació és ben feta.

Exemple d'arrel quadrada d'un decimal :

$$\sqrt{1242,5625}$$

$\begin{array}{r} \sqrt{12.4256.25} \\ -9 \\ \hline 342 \\ 325 \\ \hline 1756 \\ -1404 \\ \hline 35225 \\ -35225 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3525 \\ 65 \quad 702 \\ \times 5 \quad \times 2 \\ \hline 325 \quad 1404 \end{array} \quad \left \quad \begin{array}{r} 7045 \\ \times 5 \\ \hline 35225 \end{array}$
---	--

$$\sqrt{1242,5625} = 35,25$$

La manera d'efectuar l'operació ha estat la següent:

a) Havem dividit la *part entera* en períodes de dues xifres partint de la coma. La *part decimal* ha estat dividida també en grups de dues xifres a partir de la mateixa coma.

b) Havem operat després com si es tractés d'un enter, i de l'arrel trobada 3525 havem separat dues xifres decimals perquè la part decimal té dos períodes.

Exemple d'arrel quadrada inexacta.

Als casos anteriors havem extret les arrels quadrades de potències perfectes. Vegem ara el cas d'extreure l'arrel quadrada d'un nombre que no és quadrat perfecte, com 2815.

$\begin{array}{r} \sqrt{28.15.00.00.00.00.00} \\ 25 \\ \hline 31.5 \\ 309 \\ \hline 060.0 \text{ (I)} \\ 0000 \\ \hline 6000.0 \\ 53025 \\ \hline 69750.0 \\ 636636 \\ \hline 608640.0 \\ 5305625 \\ \hline 7807750.0 \\ 74279149 \\ \hline 3798351 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5305657 \\ \hline 103 \quad 1060 \quad 10605 \\ 3 \quad \quad 0 \quad \quad 5 \\ \hline 309 \quad 0000 \quad 53025 \\ \hline 106106 \quad 1061125 \\ 6 \quad \quad 5 \\ \hline 636636 \quad 5305625 \\ \hline 10611307 \\ 7 \\ \hline 74279149 \end{array}$
--	---

$$\sqrt{2815} = 53,05657$$

El procediment seguit és el següent:

a) Havem extret l'arrel quadrada de l'enter 2815 pel procediment ordinarí, i ha quedat un residu 6.

b) Per a trobar l'arrel quadrada amb una aproximació de cent millèsimes, o sigui de cinc decimals, havem afegit a l'enter cinc períodes de dos zeros cada un, perquè havem dit anteriorment que trobaríem tantes de xifres decimals a l'arrel quadrada com grups de dues xifres hi hagués a la part decimal del nombre donat.

c) Havem baixat aquests períodes de zeros, bo i afegint-los cada vegada al residu, i havem operat com si es tractés d'un enter.

d) De l'arrel resultant 5305657, n'havem separat tantes de xifres decimals com grups de zeros havíem afegit; en el cas present cinc; i així l'arrel aproximada és 53,05657.

Podríem estendre aquesta aproximació tan endavant com vulguéssim bo i afegint més grups de dos zeros a cada residu i continuant l'operació.

Dins aquest exemple s'ha presentat el cas (al lloc marcat amb (I)) en què el doble de l'arrel $2 \times 53 = 106$ no cabia dins el dividend parcial 60. Havem escrit, doncs, el quocient zero i havem multiplicat el nombre 1060

per zero, ço que dona un producte zero que en restar-se de 600 no ha alterat aquest nombre.

El que aquí havem fet per major claredat, ho podem ometre a la pràctica i escriure tan sols el zero a l'arrel, tot baixant immediatament un altre període de zeros.

També cal advertir que si prosseguim l'operació i la xifra següent de l'arrel fos major que 4, caldria augmentar l'última xifra 7 d'una unitat; en el cas contrari, no, segons vam indicar quan es tracta de fixar el nombre de xifres decimals.

16. El que havem estudiat als exemples anteriors pot resumir-se en la següent:

REGLA PER A L'EXTRACCIÓ D'ARRELS QUADRADES

- I. DIVIDIREM EL NOMBRE DONAT EN PERÍODES DE DUES XIFRES COMENÇANT PER LA DRETA. SI EL NOMBRE CONTÉ UNA PART DECIMAL, DIVIDIREM LA PART DECIMAL EN PERÍODES DE DUES XIFRES A PARTIR DE LA COMA DECIMAL.
- II. COMENÇAREM A OPERAR TOT CERCANT L'ARREL QUADRADA DEL PRIMER PERÍODE DE L'ESQUERRA. AQUESTA ARREL SERÀ LA PRIMERA XIFRA DE L'ARREL. ELEVAREM AQUESTA XIFRA AL QUADRAT I RESTAREM EL RESULTAT DEL PRIMER PERÍODE.
- III. A LA DRETA DE LA RESTA BAIXAREM EL SEGON PERÍODE I SEPARAREM AMB UN PUNT LA PRIMERA XIFRA DE LA DRETA. DIVIDIREM EL QUE QUEDA A L'ESQUERRA PEL DOBLE DE L'ARREL TROBADA. ESCRIUREM AQUEST DOBLE DESSOTA LA GALERA; A CONTINUACIÓ HI AFEGIREM LA XIFRA DEL QUOCIENT I MULTIPLICAREM EL NOMBRE FORMAT AIXÍ PEL MATEIX QUOCIENT; ESCRIUREM EL PRODUCTE DESSOTA EL DIVIDEND COMPLET, I EL RESTAREM. SI LA RESTA ÉS POSSIBLE, ACCEPTAREM COM A BONA LA XIFRA DEL QUOCIENT I L'ESCRIUREM AL COSTAT DE LA XIFRA DE L'ARREL COM A SEGONA XIFRA D'AQUESTA ARREL. EN EL CAS DE NO PODER-SE RESTAR, REBAIXAREM LA XIFRA DEL QUOCIENT D'UNA UNITAT I REPETIREM LA MATEIXA OPERACIÓ.
- IV. A LA DRETA DE LA RESTA BAIXAREM EL PERÍODE SEGÜENT, SEPARAREM AMB UN PUNT LA XIFRA DE LA DRETA I DIVIDIREM ÇO QUE QUEDA A L'ESQUERRA PEL DOBLE DE L'ARREL TROBADA. ESCRIUREM AQUEST DOBLE DESSOTA LA GALERA I A CONTINUACIÓ LI AFEGIREM LA XIFRA DEL QUOCIENT. MULTIPLICAREM EL NOMBRE RESULTANT PER LA MATEIXA XIFRA I RESTAREM EL PRODUCTE DEL DIVIDEND.

PROSSEGUIREM D'AQUESTA MANERA L'OPERACIÓ FINS A HAVER BAIXAT TOTS ELS PERÍODES.

- V. SI DURANT L'OPERACIÓ ALGUN DELS DIVISORS ÉS MAJOR QUE EL DIVIDEND, ESCRIUREM ZERO A L'ARREL I BAIXAREM UN ALTRE PERÍODE.
- VI. SI EL NOMBRE DONAT TÉ UNA PART DECIMAL, SEPARAREM DE L'ARREL TANTES DE XIFRES DECIMALS COM GRUPS DE DUES XIFRES TÉ LA PART DECIMAL DONADA. SI LA PART DECIMAL TÉ UN NOMBRE SENAR DE XIFRES, AFEGIREM UN ZERO PER PODER-LA DIVIDIR EN GRUPS DE DUES XIFRES.
- VII. QUAN VULGUEM OBTENIR UNA ARREL QUADRADA AMB n XIFRES DECIMALS, AFEGIREM AL NOMBRE DONAT n GRUPS DE DOS ZEROS. AUGMENTAREM LA DARRERA XIFRA DECIMAL OBTINGUDA D'UNA UNITAT SI LA QUE VINDRIA DESPRÉS FOS MAJOR QUE 4.

17.

EXERCICIS

- a) $\sqrt{1681}$ c) $\sqrt{512\ 342}$ f) $\sqrt{5}$ amb 5 decimals
- b) $\sqrt{274\ 576}$ d) $\sqrt{7,3504}$ g) $\sqrt{0,0003}$ amb 10 decimals
- e) $\sqrt{29,951}$ amb tres decimals

ARREL CÚBICA

18. Podem trobar fàcilment l'arrel cúbica dels nombres enters de 1 a 1000 si sabem de memòria o tenim escrits els cubs dels deu primers nombres.

Nombres :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cubs :	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Si volem extreure l'arrel cúbica del nombre 526, per exemple, veurem que 526 és comprès entre els cubs perfectes 512 i 729; la seva arrel cúbica serà, doncs, la del major cub perfecte que hi és contingut, és a dir, 8, arrel de 512, més un residu.

19. El procediment general d'extracció de l'arrel cúbica de nombres que passen de 1000 és molt semblant al de l'extracció de l'arrel quadrada. Per a major compressió l'exposarem en els següents exemples:

Exemple d'extracció d'arrel cúbica exacta d'un enter.

Extraure l'arrel cúbica de 34 328 125.

	$\sqrt[3]{34\,328\,125}$	325
	$\begin{array}{r} 27 \\ 073.28 \\ 32768 \\ \hline 01560125 \\ 34328125 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \quad 73 \quad 27 \\ \hline 3 \quad 19 \quad 2 \\ \hline 27 \\ \hline 1024 \\ 3 \\ \hline 3072 \quad 15601 \quad 3072 \\ \hline 0241 \quad 5 \end{array}$
Comprovació	$\begin{array}{r} 325 \\ 325 \\ \hline 1625 \\ 650 \\ \hline 975 \\ 105625 \\ 325 \\ \hline 528125 \\ 3211250 \\ 16875 \\ \hline 34328125 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1024 \\ 32 \\ \hline 2048 \\ 3072 \\ \hline 32768 \end{array}$
	$\sqrt[3]{34\,328\,125} = 325$	

galera

El procediment ha estat el següent:

a) Havem dividit el nombre 34 328 125 en períodes de tres xifres, començant per la dreta, així, 34, 328, 125.

b) Havem calculat l'arrel cúbica del primer període de l'esquerra bo i utilitzant la sèrie de cubs perfectes que no passen de 1000. Havem trobat que 34 és comprès entre 27 i 64, cubs perfectes de 3 i de 4. Com que 27 és el major cub perfecte comprès dintre de 34, hem pres el 3 com a arrel cúbica de 34. Havem escrit sobre la galera aquest 3, que ha constituït la primera xifra de l'arrel.

c) Havem elevat aquesta xifra (3) al cub, $3^3 = 27$; i restat 27 del primer període 34; $34 - 27 = 7$.

d) Havem baixat al costat de la resta 7 el segon període 328 i separat amb un punt les dues primeres xifres de la dreta.

e) El nombre 73 que queda a l'esquerra ha estat dividit pel triple del quadrat de la primera xifra de l'arrel ($3^2 = 9$; $9 \times 3 = 27$), $73 : 27 = 2$. Aquesta xifra 2 és, si hi cap, la segona xifra de l'arrel, i l'havem escrita al costat del 3 que és la primera.

f) Havem comprovat després si podíem admetre aquesta xifra. Per això hem elevat al cub el nombre 32 format per les dues primeres xifres, $32 \times 32 \times 32 = 32\,768$. Aquest cub ha estat escrit dessota l'últim dividend, però L'HAVEM RESTAT DELS DOS PRIMERS PERÍODES DEL NOMBRE DONAT. $34\,328 - 32\,768 = 1560$.

Com que la resta és possible, hem acceptat definitivament la segona

xifra 2 de l'arrel. Si no hagués estat possible hauríem rebaixat la xifra d'una unitat i l'hauríem tornat a provar de la mateixa manera.

g) Havem baixat després l'altre període 125, que havem col·locat al costat de l'última resta 1560 i havem separat les dues primeres xifres de la dreta per mitjà d'un punt.

h) Havem dividit el nombre 156 001 que queda a l'esquerra pel triple del quadrat de l'arrel trobada. El quadrat de l'arrel és $32 \times 32 = 1024$. El triple de 1024 és $1024 \times 3 = 3072$; $15\ 601 : 3072 = 5$. Aquesta xifra 5 és, si hi cap, la tercera xifra de l'arrel, i l'escrivim al costat de les altres.

i) Per comprovar si podem acceptar aquesta xifra 5, havem elevat l'arrel al cub, $325 \times 325 \times 325 = 34\ 328\ 125$. El resultat ha estat escrit dessota l'últim dividend, i l'havem restat dels períodes baixats del nombre proposat. $34\ 328\ 125 - 34\ 328\ 125 = 0$. No queda residu; per tant, 325 és l'arrel cúbica exacta de 34 328 125.

Exemple d'arrel cúbica d'un decimal:

Extreure l'arrel cúbica de 76,765625

$\begin{array}{r} \sqrt[3]{76.765625} \\ \underline{64} \\ 127.65 \\ \underline{740.88} \\ 026776.25 \\ \underline{767656.25} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 425 \\ \hline 16 \quad 127 \quad 48 \\ \underline{3} \quad 31 \quad 2 \\ 48 \\ \hline 1764 \leftarrow \\ \underline{3} \\ 5292 \\ \hline 26776 \quad \quad 5292 \\ \underline{0316} \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{42} \\ 84 \\ \underline{168} \\ 1764 \\ \underline{42} \\ 3528 \\ \underline{7056} \\ 74088 \\ \hline 425 \\ \underline{425} \\ 2125 \\ \underline{850} \\ 1700 \\ \underline{180625} \\ 425 \\ \underline{903125} \\ 361250 \\ \underline{722500} \\ 76765625 \end{array}$
---	--	--

$$\sqrt[3]{76,765625} = 4,25$$

El procediment següent és el següent:

a) Havem dividit la part decimal del nombre donat 76,765625 en grups

de tres xifres a partir de la coma decimal. Havem deixat la part entera tal com està perquè consta de dues xifres. Si hagués constatat de més de tres xifres l'haguérem dividit en períodes de tres xifres a partir de la coma decimal.

b) Dividit el nombre en períodes, havem extret la seva arrel cúbica com si es tractés d'un enter.

c) De l'arrel trobada 425, n'havem separat dues xifres decimals perquè la part decimal del nombre donat té *dos períodes de tres xifres*.

d) Comprovem si 4,25 és l'arrel exacta cercada elevant-la al cub. Si és ben calculada el seu cub ha d'ésser el nombre donat.

Exemple d'arrel cúbica inexacta:

Fins ara havem extret arrels cúbiques de cubs perfectes. Extraïem ara l'arrel cúbica d'un nombre com 130, que no és un cub perfecte.

$\sqrt[3]{130,000,000,000}$ $\begin{array}{r} 125 \\ \hline 005000 \\ 125000 \\ \hline 005000000 \\ 129554216 \\ \hline 000445784000 \\ 129938649625 \\ \hline 000061350375 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5065 \\ \hline 25 \quad 50 \quad 75 \\ 3 \quad 0 \\ \hline 75 \\ \hline 2500 \quad 50000 \quad 7500 \\ 3 \quad 50 \quad 6 \\ \hline 7500 \\ \hline 256036 \\ 3 \\ \hline 768108 \\ \hline 4457840 \quad 768108 \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50 \\ \hline \times 50 \\ \hline 2500 \\ 50 \\ \hline 125000 \\ \hline 506 \\ \hline 506 \\ \hline 3036 \\ 2530 \\ \hline 256036 \\ 506 \\ \hline 1536216 \\ 1280180 \\ \hline 129554216 \\ \hline 5065 \\ 5065 \\ \hline 25325 \\ 30390 \\ \hline 25325 \\ \hline 25654225 \\ \hline 25654225 \\ 5065 \\ \hline 128271125 \\ 153925350 \\ \hline 128271125 \\ \hline 129938649625 \end{array}$
$\sqrt[3]{130} = 5.065$		

El procediment que havem seguit és el següent:

a) Havem extret l'arrel cúbica de 130. Com que 130 no és cub perfecte, adoptem com a arrel la del major cub 125 contingut en 130. L'arrel cúbica de 125 és 5. Havem pres, doncs, el 5 com a primera xifra de l'arrel, i ha quedat un residu 5, perquè $130 - 125 = 5$.

b) Havem continuat l'operació afegint tres zeros al nombre donat i els havem baixat al costat del residu 5. Després havem separat amb un punt dues xifres de la dreta del residu format així, 50.00.

c) Calculada la segona xifra de l'arrel que ha resultat ésser zero pel procediment ordinari, havem afegit un altre període de tres zeros, els quals han estat afegits al residu últim, bo i separant amb un punt les dues xifres de la dreta.

d) Continuant l'operació havem afegit un altre període de tres zeros i havem obtingut quatre xifres a l'arrel. D'aquestes xifres, n'havem separat tres xifres decimals perquè s'han afegit tres períodes de tres zeros al nombre proposat.

e) Podríem continuar l'operació afegint períodes de tres zeros. L'arrel podria arribar a tenir tantes de xifres decimals com períodes de tres xifres s'afegissin.

f) Caldria augmentar d'una unitat la xifra 5, última de l'arrel, si la que vingués després fos major que 4.

20. El que havem estudiat als exemples anteriors pot resumir-se en la següent

REGLA PER A L'EXTRACCIÓ D'ARRELS CÚBIQUES

- I. DIVIDIREM EL NOMBRE DONAT EN PERÍODES DE TRES XIFRES, COMENÇANT PER LA DRETA. EL PRIMER GRUP DE L'ESQUERRA PODRÀ CONSTAR D'UNA, DUES O TRES XIFRES. SI EL NOMBRE CONTÉ UNA PART DECIMAL, DIVIDIREM LA PART DECIMAL EN PERÍODES DE TRES XIFRES A PARTIR DE LA COMA DECIMAL.
- II. COMENCEM A OPERAR CERCANT L'ARREL CÚBICA DEL PRIMER PERÍODE DE L'ESQUERRA. AQUESTA ARREL SERÀ LA PRIMERA XIFRA DE L'ARREL COMPLETA, I L'ESCRIUREM SOBRE LA GALERA. ELEVEM AQUESTA XIFRA AL CUB I RESTEM EL RESULTAT, DEL PRIMER PERÍODE.
- III. A LA DRETA DE LA RESTA, BAIXEM EL SEGON PERÍODE. SEparem amb un punt les dues xifres de la dreta. DIVIDIM EL QUE QUEDA A L'ESQUERRA, PEL TRIPLE DEL QUADRAT DE L'ARREL TROBADA. ESCRIVIM EL QUOCIENT AL COSTAT DE L'ARREL TROBADA I

ELEVEM AL CUB EL NOMBRE FORMAT AIXÍ. ESCRIVIM AQUEST CUB DESSOTA L'ÚLTIM RESIDU, PERÒ EL RESTEM DELS DOS PRIMERS PERÍODES DEL NOMBRE PROPOSAT. SI LA RESTA ÉS POSSIBLE, L'ÚLTIM QUOCIENT SERÀ LA SEGONA XIFRA DE L'ARREL. EN EL CAS CONTRARI NO PODEM ADMETRE EL QUOCIENT COM A SEGONA XIFRA DE L'ARREL I CAL DISMINUIR-LO D'UNA UNITAT I DESPRÉS COMPROVAR-LO DE LA MANERA ESMENTADA.

- IV. A LA DRETA DE LA RESTA, BAIXEM UN ALTRE PERÍODE I SEPAREM AMB UN PUNT LES DUES XIFRES DE LA DRETA. DIVIDIM EL NOMBRE QUE QUEDA A L'ESQUERRA PEL TRIPLE DEL QUADRAT DE L'ARREL TROBADA. EL QUOCIENT SERÀ LA TERCERA XIFRA DE L'ARREL. AQUESTA XIFRA ÉS COMPROVADA BO I ESCRIVINT-LA AL COSTAT DE L'ARREL, ELEVANT AL CUB EL NOMBRE RESULTANT I RESTANT AQUEST CUB, EL QUAL ESCRIVIM DESSOTA L'ÚLTIM RESIDU, DELS TRES PRIMERS PERÍODES DEL NOMBRE PROPOSAT.
- AIXÍ CONTINUAREM FINS QUE HÀGIM BAIXAT TOTS ELS PERÍODES DEL NOMBRE PROPOSAT. L'ÚLTIM RESIDU, SI N'HI HA, ÉS EL RESIDU DE L'ARREL.
- V. SI DURANT L'OPERACIÓ TROBEM ALGUN DIVISOR MAJOR QUE EL DIVIDEND, ESCRIUREM UN ZERO A L'ARREL I BAIXAREM UN ALTRE PERÍODE.
- VI. SI EL NOMBRE DONAT TÉ UNA PART DECIMAL, SEPARAREM DE L'ARREL TANTES DE XIFRES DECIMALS COM PERÍODES DE TRES XIFRES TÉ LA PART DECIMAL DEL NOMBRE DONAT. SI A LA PART DECIMAL QUEDA UN PERÍODE INCOMPLET, AFEGIREM UN O DOS ZEROS PERQUÈ TOTS ELS PERÍODES TINGUIN TRES XIFRES.
- VII. QUAN VOLEM OBTENIR L'ARREL CÚBICA AMB n XIFRES DECIMALS, AFEGIREM AL NOMBRE DONAT n PERÍODES DE TRES ZEROS. AUGMENTAREM D'UNA UNITAT L'ÚLTIMA XIFRA DECIMAL DE L'ARREL, SI LA QUE HAURIA DE SEGUIR FOS MAJOR QUE 4.

21.

EXERCICIS

Extreure l'arrel cúbica dels nombres següents:

- a) 7 123 469 157 amb 2 decimals.
 b) 15,315 amb cinc decimals ✓
 c) 0,4 amb quatre decimals ✓
 d) 1,005 amb cinc decimals ✓

EXTRACCIÓ DE L'ARREL QUARTA, QUINTA, etc.

22. L'arrel quarta d'un nombre és calculada extraient l'arrel quadrada de l'arrel quadrada.

Així l'arrel quarta de 81 serà:

$$\sqrt[4]{81} = \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$$

La prova és la següent:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

23. L'extracció de les arrels de grau superior al tercer, excepte la de grau quart, exigeix operacions llargues i complicades i és preferible de trobar-les utilitzant les taules, que exposem a continuació.

Per mitjà de les taules podem calcular també les arrels quadrades, cúbiques i de quart grau. Si havem donat aquí a conèixer les operacions és sols per ensenyar a fer aquest càlcul quan hom no disposa de taules especials.

24. Les arrels dels trencats poden ésser calculades de dues maneres:

a) SI ELS TERMES DEL TRENCAT SÓN POTÈNCIES PERFECTES, EXTRAUREM L'ARREL DEL MATEIX GRAU DEL NUMERADOR I DENOMINADOR.

Exemple : *Extreure l'arrel quadrada de* $\frac{16}{25}$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

Exemple : *Extreure l'arrel cúbica de* $\frac{27}{125}$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{3}{5}$$

b) SI ELS TERMES DEL TRENCAT NO SÓN POTÈNCIES EXACTES, REDUIREM EL TRENCAT A DECIMAL I N'EXTRAUREM L'ARREL DEL GRAU CORRESPONENT.

Exemple : *Extreure l'arrel quadrada de* $\frac{4}{5}$

$$\sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{0,8} = 0,894$$

Exemple : *Extreure l'arrel cúbica de* $\frac{1}{5}$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}} = \sqrt[3]{0,2} = 0,584$$

25. PER A EXTREURE L'ARREL D'UN NOMBRE MIXT, EL REDUIREM PRÈVIAMENT A TRECAT O A DECIMAL.

26.

EXERCICIS

Extreure les arrels indicades dels trencats següents:

$$\begin{array}{lll}
 a) \sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11} & b) \sqrt[3]{2 + \frac{3}{5}} & c) \sqrt[3]{\frac{7}{9}} \\
 & & \text{0,777} \\
 d) \sqrt[3]{\frac{6}{7}} & e) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} & \\
 & & \text{0,666}
 \end{array}$$

27. EXTRACCIÓ D'ARRELS PER MITJÀ DE LES TAULES

Les taules inserides a continuació, que contenen les potències 2.^a, 3.^a, 4.^a i 5.^a dels nombres des d'1 a 10, de centèsima en centèsima, faciliten moltíssim l'operació d'extreure arrels. Les arrels de grau major que el cinquè es presenten rara vegada a la pràctica, i són obtingudes amb facilitat mitjançant els logaritmes, com veurem al quadern corresponent.

ARREL QUADRADA

28. Per extreure l'arrel quadrada, utilitzant les taules, procedirem de la manera següent:

Exemple 1.^r : *Extreure l'arrel quadrada de 15 762*

a) Partirem el nombre donat en períodes de dues xifres, començant per la dreta, així:

1, 57, 62

b) Considerem que el primer període de l'esquerra forma la part entera i el restant la decimal. El nombre de l'exemple quedarà convertit en 1,5762. Aquest nombre així transformat és anomenat *nombre alterat*.

c) Cercarem ara a les columnes n^2 de les taules dos nombres consecutius, un de major i un altre de menor que el nombre alterat.

En el cas present trobarem allà els dos nombres següents:

1,5625 i 1,5876

A la columna n en front de 1,5625 trobarem 1,25 que és la seva arrel quadrada.

Direm : si a una diferència de 0,0251, ($1,5876 - 1,5625 = 0,0251$) entre els quadrats correspon per als nombres una diferència $1,26 - 1,25 = 0,01$, a la diferència de 0,0137 entre el nombre alterat i el quadrat més petit correspondrà una diferència

$$\frac{0,0137 \times 0,01}{0,0251} = 0,00545$$

la qual afegirem al nombre més petit 1,25, ço que ens donarà 1,25545.

Si volem tenir l'arrel amb quatre xifres decimals, escriurem 1,2555 ja que l'última xifra 5 és major que 4.

Falta col·locar al seu lloc la coma decimal.

El nombre proposat 15762 consta de tres períodes de dues xifres, el primer període de l'esquerra, que consta d'una, essent-hi també considerat; per tant, l'arrel quadrada constarà de tres xifres a la part entera i serà 125,55; així, doncs:

$$\sqrt{15752} = 125,55$$

Exemple 2.^a : *Extreure l'arrel quadrada de 0,001 255 5*

a) Dividint aquest nombre en períodes de dues xifres queda convertit en 0,00,12,55,50 (afegint un zero per completar l'últim període).

b) Farem córrer la coma decimal tants períodes com siguin necessaris per obtenir una part entera, i tindrem el *nombre alterat*.

$$12,5550$$

c) A la columna n^2 de la taula trobem que 12, 5550 és entre 12,5316 i 12,6025.

En front de 12,5316, a la columna n trobem 3,54, que és la seva arrel quadrada.

d) Direm : si a la diferència de quadrats $12,6025 - 12,5316 = 0,0709$ correspon per als nombres una diferència de 0,01 ($3,55 - 3,54 = 0,01$), a la diferència entre el quadrat més petit 12,5316 i el nombre alterat $12,5550$, $12,5550 - 12,5316 = 0,0234$, correspondrà una diferència

$$\frac{0,0234 \times 0,01}{0,0709} = 0,0033$$

que sumarem al més petit dels nombres, 3,54, i tindrem

$$3,54 + 0,0033 = 3,5433$$

e) ESSENT EL NOMBRE PROPOSAT UN DECIMAL, LA SEVA ARREL SERÀ TOTA ELLA DECIMAL. La coma decimal no anirà, però, immediatament, al davant del 3 de l'esquerra, perquè el nombre proposat hi havia un període complet de zeros seguint la coma decimal. A cada període de zeros que segueixi immediatament la coma decimal correspon un zero a l'arrel; per tant, tindrem:

$$\sqrt{0,001\ 255\ 5} = 0,035\ 433$$

Exemple 3.^a : *Extreure l'arrel quadrada de 300 000:*

a) Dividint en períodes de dues xifres el nombre 300 000, queda en la forma 30,00,00.

b) Colloquem la coma decimal separant el primer període de l'esquerra; 30,0000 és el *número alterat*.

c) A la columna n^2 de la taula, 30,0000 es troba entre 29,9209 i 30,0304. En front de 29,9209 es troba a la columna n el nombre 5,47.

d) Direm : si a la diferència entre els quadrats $30,0304 - 29,9209 =$

0,1095 correspon per als nombres una diferència $5,48 - 5,47 = 0,01$, a la diferència entre el nombre alterat i el quadrat més petit $30,0000 - 29,9209 = 0,0791$ correspondrà

$$\frac{0,0791 \times 0,01}{0,1095} = 0,0072$$

i aquest nombre, sumat al més petit 5,47, donarà $5,47 + 0,0072 = 5,4772$.

e) El nombre proposat té tres períodes enters; l'arrel quadrada constarà, doncs, de tres xifres enteres, i tindrem

$$\sqrt{300\ 000} = 547,72$$

Exemple 4.^t : *Extreure l'arrel quadrada del nombre 58 249 822 500.*

a) Dividint-lo en períodes de dues xifres, tindrem 5,82,49,82,25,00.

b) Collocada la coma decimal després del primer període de l'esquerra, el nombre alterat serà : 5,8249822500.

c) Aquest nombre es troba a la columna n^2 entre els 5,8081 i 5,8564. Cal advertir que encara que el nombre alterat tingui més de cinc xifres, les cinc que es prenen per trobar el lloc que li correspon a la taula són suficients:

En front de 5,8081 es troba 2,41.

2,41 és l'arrel quadrada de 5,8081.

d) Ara direm : si a la diferència entre els quadrats $5,8564 - 5,8081 = 0,0483$ correspon per als nombres una diferència $2,42 - 2,41 = 0,01$, a la diferència entre el nombre alterat i el quadrat més petit, $5,82498225 - 5,8081 = 0,016\ 882\ 25$ correspondrà una diferència

$$\frac{0,01688225 \times 0,01}{0,0483} = 0,003495$$

que sumarem al nombre més petit 2,41, ço que ens donarà $2,41 + 0,003495 = 2,413495$, o sigui 2,4135 amb quatre xifres decimals.

e) El nombre proposat 58 249 822 500 té sis períodes enters; la seva arrel quadrada tindrà, doncs, sis xifres. Com que les determinades no són sinó cinc, escriurem un zero per completar-les, i tindrem:

$$\sqrt{58\ 249\ 822\ 500} = 241\ 350$$

29.

EXERCICIS

Extreure l'arrel quadrada dels nombres següents, per mitjà de les taules.

$$a) \sqrt{6134} \quad b) \sqrt{7} \quad c) \sqrt{0,008}$$

$$d) \sqrt{14234,129} \quad e) \sqrt{3951,125}$$

ARREL CÚBICA

30. L'extracció d'arrels cúbiques per mitjà de les taules és molt semblant a l'extracció d'arrels quadrades. L'única diferència consisteix a ésser els períodes de tres xifres en lloc de dues i que la columna on cal cercar els nombres entre els quals es troba *el nombre alterat* és la columna n^3 .

Collocarem la coma decimal de les arrels cúbiques seguint els mateixos principis que les de les arrels quadrades, tenint sempre en compte que els períodes són de tres xifres.

Exemple 1.^r: Extreure l'arrel cúbica del nombre 9 677 214 091

a) Dividim el nombre en períodes de tres xifres començant per la dreta: 9,677,214,091.

b) Colloquem la coma decimal després del primer període: 9,677 214 091 (*nombre alterat*).

Com que la taula no comprèn sinó nombres de sis xifres, el *nombre alterat* quedarà reduït a 9,67721, amb abandó de les restants.

c) A la columna n^3 de la taula cercarem els nombres 9,66360 i 9,80034 entre els quals es troba el nombre alterat. En front del menor, a la columna n , es troba 2,13.

b) Si a la diferència entre els cubs $9,80034 - 9,66360 = 0,13674$ correspon una diferència de $2,14 - 2,13 = 0,01$ per als nombres, a la diferència $9,67721 - 9,66360 = 0,01361$ entre el nombre alterat i el cub més petit correspondrà una diferència

$$\frac{0,01361 \times 0,01}{0,13674} = 0,00099$$

o sigui 0,001, que sumarem al nombre més petit, 2,13 i donarà

$$2,13 + 0,001 = 2,131$$

e) El nombre proposat consta de quatre períodes de tres xifres; la seva arrel cúbica tindrà, doncs, quatre xifres; així:

$$\sqrt[3]{9\ 677\ 214\ 091} = 2131$$

Exemple 2.ⁿ : *Extreure l'arrel cúbica del nombre 0,000 015 813 251*

a) Dividim el nombre en períodes de tres xifres a partir de la coma decimal, 0,000,015,813,251.

b) Per formar el *nombre alterat*, colloquem la coma decimal a la dreta del primer grup de xifres significatives i tindrem, prenent un total de sis xifres : 15,8133.

Observeu que la darrera xifra hauria d'ésser 2, però és augmentada d'una unitat perquè la que segueix és 5.

c) A la columna n^3 trobem precisament el nombre 15,8133, i en front d'aquesta, a la columna n , 2,51.

d) El nombre proposat consta de quatre períodes decimals de tres xifres; per tant, la seva arrel cúbica tindrà quatre xifres decimals, i tindrem:

$$\sqrt[3]{0;00001581325} = 0,0251$$

Exemple 3.^r : *Extreure l'arrel cúbica de 20.*

a) Per a formar el nombre alterat, colloquem la coma decimal després d'aquest nombre 20,0000.

b) A la columna n^3 trobarem que aquest nombre és comprès entre 19,9025 i 20,1236.

En front de 19,9025, a la columna n es troba el nombre 2,71, arrel cúbica de 19,9025.

c) Si a la diferència entre els cubs $20,1236 - 19,9025 = 0,2211$ correspon per als nombres una diferència $2,72 - 2,71 = 0,01$, a la diferència $20,0000 - 19,0025 = 0,0975$ entre el nombre alterat i el cub més petit, correspondrà una diferència

$$\frac{0,0975 \times 0,01}{0,2211} = 0,0044$$

que sumarem al nombre 2,71, i tindrem $2,71 + 0,0044 = 2,7144$.

d) El nombre proposat té un sol període enter; l'arrel cúbica tindrà, doncs, una xifra a la part entera; així:

$$\sqrt[3]{20} = 2,7144$$

EXERCICIS

31. Extreure les següents arrels cúbiques utilitzant les taules:

$$a) \sqrt[3]{315,229\ 551\ 294} \quad b) \sqrt[3]{500\ 000\ 000\ 000\ 000} \quad c) \sqrt[3]{70}$$

$$d) \sqrt[3]{430\ 562\ 640,250\ 31} \quad e) \sqrt[3]{0,004\ 516\ 803}$$

ARRELS QUARTA I CINQUENA

32. El càlcul de les arrels quarta i cinquena és igualment senzill fent ús de les taules.

El procediment per extreure aquestes arrels és el mateix seguit per al càlcul de les arrels quadrades i cúbiques, amb les úniques diferències que els períodes són de quatre xifres per a les arrels quartes i de cinc xifres per a les arrels cinquenes: i que els nombres entre els quals es troba el *nombre alterat* són cercats a la columna n^4 quan es tracta de l'arrel quarta; i a la n^5 quan es tracta de l'arrel cinquena.

Exemple: Extreure l'arrel quarta del nombre 4671,25.

a) El nombre 4671,25 té ja el primer període separat per la coma decimal; el nombre alterat és, doncs, igual al nombre proposat.

b) A la columna n^4 trobarem que aquest nombre és comprès entre 4655,01 i 4677,59. En front del 4655,01 trobem, a la columna n , 8,26, que és l'arrel quarta de 4655,01.

c) Diferència entre les quartes potències que comprenen el nombre alterat $4677,59 - 4655,01 = 22,58$: Diferència entre la quarta potència inferior i el nombre alterat $= 4671,25 - 4655,01 = 16,24$.

Si a la 1.^a diferència 22,58 entre les quartes potències major i menor

correspon una diferència per als nombres $8,27 - 8,26 = 0,01$, a la diferència $16,24$ entre el nombre alterat i el cub inferior correspondrà una diferència

$$\frac{16,24 \times 0,01}{22,58} = 0,0072$$

que sumarem al nombre $8,26$, i donarà $8,26 \times 0,0072 = 8,2672$.

d) El nombre proposat té un sol període enter; l'arrel quarta tindrà una sola xifra a la part entera; per tant:

$$\sqrt[4]{4671,25} = 8,2672$$

Exemple : *Extreure l'arrel cinquena del nombre 0,7125*

a) Per obtenir les cinc xifres decimals d'un període, completem el nombre amb un zero : $0,71250$. Després formem el nombre alterat fent córrer la coma $71250,0$.

b) A la columna n^5 trobem que aquest nombre és comprès entre $71077,9$ i $71459,2$. El nombre de la columna n que correspon a $71077,9$ és $9,34$, arrel cinquena de $71077,9$.

c) Diferència entre les cinquenes potències que comprenen el nombre alterat : $71459,2 - 71077,9 = 381,3$; diferència entre la cinquena potència inferior i el nombre alterat : $71250 - 71077,9 = 172,1$. Si a la diferència $381,3$ correspon per als nombres la diferència $9,35 - 9,34 = 0,01$, a la diferència $172,1$ correspondrà la diferència

$$\frac{172,1 \times 0,01}{381,3} = 0,0045$$

que sumada al nombre $9,34$, arrel cinquena més petita, donarà $9,34 + 0,0045 = 9,3445$.

d) El nombre proposat és decimal; l'arrel serà tota ella també decimal. Com que no hi ha al nombre proposat cap període de zeros seguidament darrera de la coma, tampoc no hi haurà cap zero a continuació de la coma a l'arrel, i tindrem

$$\sqrt[5]{0,7125} = 0,93445$$

EXERCICIS

33. Extreure les arrels següents:

$$a) \sqrt[4]{213\,425\,142\,250} \quad b) \sqrt[5]{6,4325}$$

$$c) \sqrt[5]{2563,254\,95} \quad d) \sqrt[5]{0,000\,003\,452\,5}$$

$$e) \sqrt[5]{35}$$

REGLA GENERAL PER A L'ÚS DE LES TAULES

- I. COMENCEM DIVIDINT EL NOMBRE PROPOSAT EN PERÍODES A PARTIR DE LA COMA DECIMAL. EL NOMBRE DE XIFRES DE CADA PERÍODE HA D'ÉSSER IGUAL AL D'UNITATS DE L'ÍNDEX DE L'ARREL.
- II. MOVEM O COL·LOQUEM LA COMA DECIMAL DE MANERA QUE QUEDI A LA DRETA DEL PRIMER PERÍODE QUE CONTINGUI XIFRES SIGNIFICATIVES. AQUEST NOMBRE PREN EL NOM DE NOMBRE ALTERAT. AQUEST NOMBRE ALTERAT HA DE TENIR SIS XIFRES. SI N'HI HA MÉS, SUPRIMIM LES SOBRANTS, BO I AUGMENTANT D'UNA UNITAT LA DARRERA EN EL CAS EN QUÈ FOS SEGUIDA D'UNA XIFRA MAJOR QUE 4.
- III. QUAN ES TRACTA D'ARRELS QUADRADES, PODEM RETENIR ÚNICAMENT CINC XIFRES SI EL PERÍODE DE L'ESQUERRA CONTÉ UNA SOLA XIFRA.
- IV. DESPRÉS HOM CERCA A LA TAULA I A LA COLUMNA QUE PORTA UNA N AMB UN EXPONENT IGUAL AL DE L'ARREL DE QUÈ ES TRACTA, ELS NOMBRES ENTRE ELS QUALS ES TROBA EL NOMBRE ALTERAT. EL NOMBRE QUE HI HA A LA COLUMNA N EN FRONT DEL MENOR D'AQUESTS NOMBRES ENS PROPORCIONA L'ARREL DE LA MENOR DE LES POTÈNCIES.
- V. LA DIFERÈNCIA ENTRE LES POTÈNCIES QUE COMPRENEN EL NOMBRE ALTERAT, ÉS ANOMENADA PRIMERA DIFERÈNCIA, I LA DIFERÈNCIA ENTRE LA MÉS PETITA D'AQUESTES I EL NOMBRE ALTERAT, ÉS ANOMENADA SEGONA DIFERÈNCIA. A L'ARREL DE LA MÉS PETITA DE LES DUES POTÈNCIES, HI AFEGIM LA QUANTITAT

$$\frac{\text{SEGONA DIFERÈNCIA} \times 00,1}{\text{PRIMERA DIFERÈNCIA}}$$

I AIXÍ OBTENIM L'ARREL DEL NOMBRE ALTERAT.

- VI. COL·LOQUEM LA COMA DECIMAL SEGUINT EL PRINCIPI SEGÜENT : A L'ARREL HI HA D'HAYER TANTES DE XIFRES DE LA PART ENTERA COM PERÍODES ENTERS TÉ EL NOMBRE PROPOSAT. SI AQUEST ÉS COMPOST ÚNICAMENT DE DECIMALS, L'ARREL SERÀ TOTA ELLA DECIMAL, I EN EL CAS DE TENIR AQUELL PERÍODES DE ZEROS IMMEDIATAMENT DESPRÉS DE LA COMA DECIMAL, A L'ARREL ESCRIUREM TANTS DE ZEROS A CONTINUACIÓ DE LA COMA COM PERÍODES DE ZEROS A CONTINUACIÓ DE LA COMA TÉ EL NOMBRE PROPOSAT.

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
I.00	I.0000	I.00000	I.00000	I.00000	I.50	2.2500	3.37500	5.06250	7.59375
I.01	I.0201	I.03030	I.04060	I.05101	I.51	2.2801	3.44295	5.19886	7.85027
I.02	I.0404	I.06121	I.08243	I.10408	I.52	2.3104	3.51181	5.33795	8.11368
I.03	I.0609	I.09273	I.12551	I.15927	I.53	2.3409	3.58158	5.47981	8.38411
I.04	I.0816	I.12486	I.16986	I.21665	I.54	2.3716	3.65226	5.62449	8.66171
I.05	I.1025	I.15763	I.21551	I.27628	I.55	2.4025	3.72388	5.77201	8.94661
I.06	I.1236	I.19102	I.26248	I.33823	I.56	2.4336	3.79642	5.92241	9.23806
I.07	I.1449	I.22504	I.31080	I.40255	I.57	2.4649	3.86989	6.07573	9.53800
I.08	I.1664	I.25971	I.36049	I.46933	I.58	2.4964	3.94431	6.23201	9.84658
I.09	I.1881	I.29503	I.41158	I.53862	I.59	2.5281	4.01968	6.39129	10.1622
I.10	I.2100	I.33100	I.46410	I.61051	I.60	2.5600	4.09600	6.55360	10.4858
I.11	I.2321	I.36763	I.51807	I.68506	I.61	2.5921	4.17328	6.71898	10.8170
I.12	I.2544	I.40493	I.57352	I.76234	I.62	2.6244	4.25153	6.88748	11.1577
I.13	I.2769	I.44290	I.63047	I.84244	I.63	2.6569	4.33075	7.05912	11.5064
I.14	I.2996	I.48154	I.68896	I.92541	I.64	2.6896	4.41094	7.23395	11.8637
I.15	I.3225	I.52088	I.74901	I.10136	I.65	2.7225	4.49213	7.41201	12.2298
I.16	I.3456	I.56090	I.81064	I.210034	I.66	2.7556	4.57430	7.59333	12.6049
I.17	I.3689	I.60161	I.87389	I.219245	I.67	2.7889	4.65746	7.77790	12.9892
I.18	I.3924	I.64303	I.93878	I.228776	I.68	2.8224	4.74163	7.96594	13.3828
I.19	I.4161	I.68516	I.100534	I.238635	I.69	2.8561	4.82681	8.15731	13.7858
I.20	I.4400	I.72800	I.207360	I.248832	I.70	2.8900	4.91300	8.35210	14.1986
I.21	I.4641	I.77156	I.214359	I.259374	I.71	2.9241	5.00021	8.55036	14.6211
I.22	I.4884	I.81585	I.221533	I.270271	I.72	2.9584	5.08845	8.75213	15.0537
I.23	I.5129	I.86087	I.228887	I.281531	I.73	2.9929	5.17772	8.95745	15.4964
I.24	I.5376	I.90662	I.236421	I.293163	I.74	3.0276	5.26802	9.16636	15.9495
I.25	I.5625	I.95313	I.244141	I.305176	I.75	3.0625	5.35938	9.37891	16.4131
I.26	I.5876	I.100038	I.252047	I.317580	I.76	3.0976	5.45178	9.59513	16.8874
I.27	I.6129	I.104838	I.260145	I.330384	I.77	3.1329	5.54523	9.81506	17.3727
I.28	I.6384	I.109715	I.268435	I.343597	I.78	3.1684	5.63975	10.0388	17.8690
I.29	I.6641	I.114669	I.276923	I.357231	I.79	3.2041	5.73534	10.2663	18.3766
I.30	I.6900	I.119700	I.285610	I.371293	I.80	3.2400	5.83200	10.4976	18.8957
I.31	I.7161	I.124809	I.294500	I.385795	I.81	3.2761	5.92974	10.7328	19.4264
I.32	I.7424	I.129997	I.303596	I.400740	I.82	3.3124	6.02857	10.9720	19.9690
I.33	I.7689	I.135264	I.312901	I.416158	I.83	3.3489	6.12849	11.2151	20.5237
I.34	I.7956	I.140610	I.322418	I.432040	I.84	3.3856	6.22950	11.4623	21.0906
I.35	I.8225	I.146038	I.332151	I.448403	I.85	3.4225	6.33163	11.7135	21.6700
I.36	I.8496	I.151546	I.342102	I.465259	I.86	3.4596	6.43486	11.9688	22.2620
I.37	I.8769	I.157135	I.352275	I.482617	I.87	3.4969	6.53920	12.2283	22.8669
I.38	I.9044	I.162807	I.362674	I.500490	I.88	3.5344	6.64467	12.4920	23.4849
I.39	I.9321	I.168562	I.373301	I.518888	I.89	3.5721	6.75127	12.7599	24.1162
I.40	I.9600	I.174400	I.384160	I.537824	I.90	3.6100	6.85900	13.0321	24.7610
I.41	I.9881	I.280322	I.395254	I.557308	I.91	3.6481	6.96787	13.3086	25.4195
I.42	I.20164	I.286329	I.406587	I.577353	I.92	3.6864	7.07789	13.5895	26.0919
I.43	I.20449	I.292421	I.418162	I.597971	I.93	3.7249	7.18906	13.8749	26.7785
I.44	I.20736	I.298598	I.429982	I.619174	I.94	3.7636	7.30138	14.1647	27.4795
I.45	I.21025	I.304863	I.442051	I.640973	I.95	3.8025	7.41488	14.4590	28.1951
I.46	I.21316	I.311214	I.454372	I.663383	I.96	3.8416	7.52954	14.7579	28.9255
I.47	I.21609	I.317652	I.466949	I.686415	I.97	3.8809	7.64537	15.0614	29.6709
I.48	I.21904	I.324179	I.479785	I.710082	I.98	3.9204	7.76239	15.3695	30.4317
I.49	I.22201	I.330795	I.492884	I.734398	I.99	3.9601	7.88060	15.6824	31.2080
I.50	I.22500	I.337500	I.506250	I.759375	I.200	4.0000	8.00000	16.0000	32.0000

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
2.00	4.0000	8.00000	16.0000	32.0000	2.50	6.2500	15.6250	39.0625	97.6563
2.01	4.0401	8.12060	16.3224	32.8080	2.51	6.3001	15.8133	39.6913	99.6251
2.02	4.0804	8.24241	16.6497	33.6323	2.52	6.3504	16.0030	40.3276	101.626
2.03	4.1209	8.36543	16.9818	34.4731	2.53	6.4009	16.1943	40.9715	103.658
2.04	4.1616	8.48966	17.3189	35.3306	2.54	6.4516	16.3871	41.6231	105.723
2.05	4.2025	8.61513	17.6610	36.2051	2.55	6.5025	16.5814	42.2825	107.820
2.06	4.2436	8.74182	18.0081	37.0968	2.56	6.5536	16.7772	42.9497	109.951
2.07	4.2849	8.86974	18.3604	38.0060	2.57	6.6049	16.9746	43.6247	112.115
2.08	4.3264	8.99891	18.7177	38.9329	2.58	6.6564	17.1735	44.3077	114.314
2.09	4.3681	9.12933	19.0803	39.8778	2.59	6.7081	17.3740	44.9986	116.546
2.10	4.4100	9.26100	19.4481	40.8410	2.60	6.7600	17.5760	45.6976	118.814
2.11	4.4521	9.39393	19.8212	41.8227	2.61	6.8121	17.7796	46.4047	121.116
2.12	4.4944	9.52813	20.1996	42.8232	2.62	6.8644	17.9847	47.1200	123.454
2.13	4.5369	9.66360	20.5835	43.8428	2.63	6.9169	18.1914	47.8435	125.828
2.14	4.5796	9.80034	20.9727	44.8817	2.64	6.9696	18.3997	48.5753	128.239
2.15	4.6225	9.93838	21.3675	45.9401	2.65	7.0225	18.6096	49.3155	130.686
2.16	4.6656	10.0777	21.7678	47.0185	2.66	7.0756	18.8211	50.0641	133.171
2.17	4.7089	10.2183	22.1737	48.1170	2.67	7.1289	19.0342	50.8212	135.693
2.18	4.7524	10.3602	22.5853	49.2360	2.68	7.1824	19.2488	51.5869	138.253
2.19	4.7961	10.5035	23.0026	50.3756	2.69	7.2361	19.4651	52.3611	140.851
2.20	4.8400	10.6480	23.4256	51.5363	2.70	7.2900	19.6830	53.1441	143.489
2.21	4.8841	10.7939	23.8544	52.7183	2.71	7.3441	19.9025	53.9358	146.166
2.22	4.9284	10.9410	24.2891	53.9219	2.72	7.3984	20.1236	54.7303	148.883
2.23	4.9729	11.0896	24.7297	55.1473	2.73	7.4529	20.3464	55.5457	151.640
2.24	5.0176	11.2394	25.1763	56.3949	2.74	7.5076	20.5708	56.3641	154.438
2.25	5.0625	11.3906	25.6289	57.6650	2.75	7.5625	20.7969	57.1914	157.276
2.26	5.1076	11.5432	26.0876	58.9579	2.76	7.6176	21.0246	58.0278	160.157
2.27	5.1529	11.6971	26.5524	60.2739	2.77	7.6729	21.2539	58.8734	163.079
2.28	5.1984	11.8524	27.0234	61.6133	2.78	7.7284	21.4850	59.7282	166.044
2.29	5.2441	12.0090	27.5006	62.9763	2.79	7.7841	21.7176	60.5922	169.052
2.30	5.2900	12.1670	27.9841	64.3634	2.80	7.8400	21.9520	61.4656	172.104
2.31	5.3361	12.3264	28.4740	65.7749	2.81	7.8961	22.1880	62.3484	175.199
2.32	5.3824	12.4872	28.9702	67.2109	2.82	7.9524	22.4258	63.2407	178.339
2.33	5.4289	12.6493	29.4730	68.6720	2.83	8.0089	22.6652	64.1425	181.523
2.34	5.4756	12.8129	29.9822	70.1583	2.84	8.0656	22.9063	65.0539	184.753
2.35	5.5225	12.9779	30.4980	71.6703	2.85	8.1225	23.1491	65.9750	188.029
2.36	5.5696	13.1443	31.0204	73.2082	2.86	8.1796	23.3937	66.9059	191.351
2.37	5.6169	13.3121	31.5496	74.7725	2.87	8.2369	23.6399	67.8465	194.720
2.38	5.6644	13.4813	32.0854	76.3633	2.88	8.2944	23.8879	68.7971	198.136
2.39	5.7121	13.6519	32.6281	77.9811	2.89	8.3521	24.1376	69.7576	201.599
2.40	5.7600	13.8240	33.1776	79.6262	2.90	8.4100	24.3890	70.7281	205.111
2.41	5.8081	13.9975	33.7340	81.2990	2.91	8.4681	24.6422	71.7087	208.672
2.42	5.8564	14.1725	34.2974	82.9998	2.92	8.5264	24.8971	72.6995	212.283
2.43	5.9049	14.3489	34.8678	84.7289	2.93	8.5849	25.1538	73.7005	215.942
2.44	5.9536	14.5268	35.4454	86.4867	2.94	8.6436	25.4122	74.7118	219.653
2.45	6.0025	14.7061	36.0300	88.2735	2.95	8.7025	25.6724	75.7335	223.414
2.46	6.0516	14.8869	36.6219	90.0898	2.96	8.7616	25.9343	76.7656	227.226
2.47	6.1009	15.0692	37.2210	91.9358	2.97	8.8209	26.1981	77.8083	231.091
2.48	6.1504	15.2530	37.8274	93.8120	2.98	8.8804	26.4636	78.8615	235.007
2.49	6.2001	15.4382	38.4412	95.7187	2.99	8.9401	26.7309	79.9254	238.977
2.50	6.2500	15.6250	39.0625	97.6563	3.00	9.0000	27.0000	81.0000	243.000

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
3.00	9.0000	27.0000	81.0000	243.000	3.50	12.2500	42.8750	150.063	525.219
3.01	9.0601	27.2709	82.0854	247.077	3.51	12.3201	43.2436	151.785	532.765
3.02	9.1204	27.5436	83.1817	251.209	3.52	12.3904	43.6142	153.522	540.397
3.03	9.1809	27.8181	84.2889	255.395	3.53	12.4609	43.9870	155.274	548.117
3.04	9.2416	28.0945	85.4072	259.638	3.54	12.5316	44.3619	157.041	555.925
3.05	9.3025	28.3726	86.5365	263.936	3.55	12.6025	44.7389	158.823	563.822
3.06	9.3636	28.6526	87.6770	268.292	3.56	12.6736	45.1180	160.620	571.808
3.07	9.4249	28.9344	88.8287	272.704	3.57	12.7449	45.4993	162.432	579.884
3.08	9.4864	29.2181	89.9918	277.175	3.58	12.8164	45.8827	164.260	588.051
3.09	9.5481	29.5036	91.1662	281.704	3.59	12.8881	46.2683	166.103	596.310
3.10	9.6100	29.7910	92.3521	286.292	3.60	12.9600	46.6560	167.962	604.662
3.11	9.6721	30.0802	93.5495	290.939	3.61	13.0321	47.0459	169.836	613.107
3.12	9.7344	30.3713	94.7585	295.647	3.62	13.1044	47.4379	171.725	621.646
3.13	9.7969	30.6643	95.9792	300.415	3.63	13.1769	47.8321	173.631	630.279
3.14	9.8596	30.9591	97.2117	305.245	3.64	13.2496	48.2285	175.552	639.009
3.15	9.9225	31.2559	98.4560	310.136	3.65	13.3225	48.6271	177.489	647.835
3.16	9.9856	31.5545	99.7122	315.091	3.66	13.3956	49.0279	179.442	656.758
3.17	10.0489	31.8550	100.980	320.108	3.67	13.4689	49.4309	181.411	665.779
3.18	10.1124	32.1574	102.261	325.189	3.68	13.5424	49.8360	183.397	674.899
3.19	10.1761	32.4618	103.553	330.334	3.69	13.6161	50.2434	185.398	684.119
3.20	10.2400	32.7680	104.858	335.544	3.70	13.6900	50.6530	187.416	693.440
3.21	10.3041	33.0762	106.174	340.820	3.71	13.7641	51.0648	189.450	702.861
3.22	10.3684	33.3862	107.504	346.162	3.72	13.8384	51.4788	191.501	712.385
3.23	10.4329	33.6983	108.845	351.571	3.73	13.9129	51.8951	193.569	722.012
3.24	10.4976	34.0122	110.200	357.047	3.74	13.9876	52.3136	195.653	731.742
3.25	10.5625	34.3281	111.566	362.591	3.75	14.0625	52.7344	197.754	741.577
3.26	10.6276	34.6460	112.946	368.204	3.76	14.1376	53.1574	199.872	751.518
3.27	10.6929	34.9658	114.338	373.886	3.77	14.2129	53.5826	202.007	761.565
3.28	10.7584	35.2876	115.743	379.638	3.78	14.2884	54.0102	204.158	771.719
3.29	10.8241	35.6113	117.161	385.460	3.79	14.3641	54.4399	206.327	781.981
3.30	10.8900	35.9370	118.592	391.354	3.80	14.4400	54.8720	208.514	792.352
3.31	10.9561	36.2647	120.036	397.320	3.81	14.5161	55.3063	210.717	802.832
3.32	11.0224	36.5944	121.493	403.358	3.82	14.5924	55.7430	212.938	813.424
3.33	11.0889	36.9260	122.964	409.469	3.83	14.6689	56.1819	215.177	824.126
3.34	11.1556	37.2597	124.447	415.654	3.84	14.7456	56.6231	217.433	834.942
3.35	11.2225	37.5954	125.945	421.914	3.85	14.8225	57.0666	219.707	845.870
3.36	11.2896	37.9331	127.455	428.249	3.86	14.8996	57.5125	221.998	856.913
3.37	11.3569	38.2728	128.979	434.660	3.87	14.9769	57.9606	224.308	868.070
3.38	11.4244	38.6145	130.517	441.147	3.88	15.0544	58.4111	226.635	879.344
3.39	11.4921	38.9582	132.068	447.712	3.89	15.1321	58.8639	228.980	890.734
3.40	11.5600	39.3040	133.634	454.354	3.90	15.2100	59.3190	231.344	902.242
3.41	11.6281	39.6518	135.213	461.075	3.91	15.2881	59.7765	233.726	913.860
3.42	11.6964	40.0017	136.806	467.876	3.92	15.3664	60.2363	236.126	925.615
3.43	11.7649	40.3536	138.413	474.756	3.93	15.4449	60.6985	238.545	937.482
3.44	11.8336	40.7076	140.034	481.717	3.94	15.5236	61.1630	240.982	949.470
3.45	11.9025	41.0636	141.670	488.760	3.95	15.6025	61.6299	243.438	961.580
3.46	11.9716	41.4217	143.319	495.884	3.96	15.6816	62.0991	245.913	973.814
3.47	12.0409	41.7819	144.983	503.092	3.97	15.7609	62.5708	248.406	986.172
3.48	12.1104	42.1442	146.662	510.383	3.98	15.8404	63.0448	250.918	998.655
3.49	12.1801	42.5085	148.355	517.758	3.99	15.9201	63.5212	253.450	1011.26
3.50	12.2500	42.8750	150.063	525.219	4.00	16.0000	64.0000	256.000	1024.00

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
4.00	16.0000	64.0000	256.000	1024.00	4.50	20.2500	91.1250	410.063	1845.28
4.01	16.0801	64.4812	258.570	1036.86	4.51	20.3401	91.7339	413.720	1865.88
4.02	16.1604	64.9648	261.159	1049.86	4.52	20.4304	92.3454	417.401	1886.65
4.03	16.2409	65.4508	263.767	1062.98	4.53	20.5209	92.9597	421.107	1907.62
4.04	16.3216	65.9393	266.395	1076.23	4.54	20.6116	93.5767	424.838	1928.76
4.05	16.4025	66.4301	269.042	1089.62	4.55	20.7025	94.1964	428.594	1950.10
4.06	16.4836	66.9234	271.709	1103.14	4.56	20.7936	94.8188	432.374	1971.62
4.07	16.5649	67.4191	274.396	1116.79	4.57	20.8849	95.4440	436.179	1993.34
4.08	16.6464	67.9173	277.103	1130.58	4.58	20.9764	96.0719	440.009	2015.24
4.09	16.7281	68.4179	279.829	1144.50	4.59	21.0681	96.7026	443.865	2037.34
4.10	16.8100	68.9210	282.576	1158.56	4.60	21.1600	97.3360	447.746	2059.63
4.11	16.8921	69.4265	285.343	1172.76	4.61	21.2521	97.9722	451.652	2082.11
4.12	16.9744	69.9345	288.130	1187.10	4.62	21.3444	98.6111	455.583	2104.80
4.13	17.0569	70.4450	290.938	1201.57	4.63	21.4369	99.2528	459.541	2127.67
4.14	17.1396	70.9579	293.766	1216.19	4.64	21.5296	99.8973	463.524	2150.75
4.15	17.2225	71.4734	296.615	1230.95	4.65	21.6225	100.545	467.533	2174.03
4.16	17.3056	71.9913	299.484	1245.85	4.66	21.7156	101.195	471.567	2197.50
4.17	17.3889	72.5117	302.374	1260.90	4.67	21.8089	101.848	475.628	2221.18
4.18	17.4724	73.0346	305.285	1276.09	4.68	21.9024	102.503	479.715	2245.07
4.19	17.5561	73.5601	308.217	1291.43	4.69	21.9961	103.162	483.828	2269.16
4.20	17.6400	74.0880	311.170	1306.91	4.70	22.0900	103.823	487.968	2293.45
4.21	17.7241	74.6185	314.144	1322.55	4.71	22.1841	104.487	492.134	2317.95
4.22	17.8084	75.1514	317.139	1338.33	4.72	22.2784	105.154	496.327	2342.66
4.23	17.8929	75.6870	320.156	1354.26	4.73	22.3729	105.824	500.546	2367.59
4.24	17.9776	76.2250	323.194	1370.34	4.74	22.4676	106.496	504.793	2392.72
4.25	18.0625	76.7656	326.254	1386.58	4.75	22.5625	107.172	509.066	2418.07
4.26	18.1476	77.3088	329.335	1402.97	4.76	22.6576	107.850	513.367	2443.63
4.27	18.2329	77.8545	332.439	1419.51	4.77	22.7529	108.531	517.694	2469.40
4.28	18.3184	78.4028	335.564	1436.21	4.78	22.8484	109.215	522.049	2495.40
4.29	18.4041	78.9536	338.711	1453.07	4.79	22.9441	109.902	526.432	2521.61
4.30	18.4900	79.5070	341.880	1470.08	4.80	23.0400	110.592	530.842	2548.04
4.31	18.5761	80.0630	345.071	1487.26	4.81	23.1361	111.285	535.279	2574.69
4.32	18.6624	80.6216	348.285	1504.59	4.82	23.2324	111.980	539.744	2601.57
4.33	18.7489	81.1827	351.521	1522.09	4.83	23.3289	112.679	544.238	2628.67
4.34	18.8356	81.7465	354.780	1539.74	4.84	23.4256	113.380	548.759	2655.99
4.35	18.9225	82.3129	358.061	1557.57	4.85	23.5225	114.084	553.308	2683.54
4.36	19.0096	82.8819	361.365	1575.55	4.86	23.6196	114.791	557.886	2711.32
4.37	19.0969	83.4535	364.692	1593.70	4.87	23.7169	115.501	562.491	2739.33
4.38	19.1844	84.0277	368.041	1612.02	4.88	23.8144	116.214	567.126	2767.57
4.39	19.2721	84.6045	371.414	1630.51	4.89	23.9121	116.930	571.789	2796.05
4.40	19.3600	85.1840	374.810	1649.16	4.90	24.0100	117.649	576.480	2824.75
4.41	19.4481	85.7661	378.229	1667.99	4.91	24.1081	118.371	581.200	2853.69
4.42	19.5364	86.3509	381.671	1686.99	4.92	24.2064	119.095	585.950	2882.87
4.43	19.6249	86.9383	385.137	1706.16	4.93	24.3049	119.823	590.728	2912.29
4.44	19.7136	87.5284	388.626	1725.50	4.94	24.4036	120.554	595.536	2941.95
4.45	19.8025	88.1211	392.139	1745.02	4.95	24.5025	121.287	600.373	2971.84
4.46	19.8916	88.7165	395.676	1764.71	4.96	24.6016	122.024	605.239	3001.98
4.47	19.9809	89.3146	399.236	1784.59	4.97	24.7009	122.763	610.134	3032.37
4.48	20.0704	89.9154	402.821	1804.64	4.98	24.8004	123.506	615.060	3063.00
4.49	20.1601	90.5188	406.430	1824.87	4.99	24.9001	124.251	620.015	3093.87
4.50	20.2500	91.1250	410.063	1845.28	5.00	25.0000	125.000	625.000	3125.00

n	n ²	n ²	n ³	n ⁵	n	n ²	n ³	n ⁴	n ⁶
5.00	25.0000	125.000	625.000	3125.00	5.50	30.2500	166.375	915.063	5032.84
5.01	25.1001	125.752	630.015	3156.38	5.51	30.3601	167.284	921.736	5078.76
5.02	25.2004	126.506	635.060	3188.00	5.52	30.4704	168.197	928.445	5125.02
5.03	25.3009	127.264	640.136	3219.88	5.53	30.5809	169.112	935.191	5171.61
5.04	25.4016	128.024	645.241	3252.02	5.54	30.6916	170.031	941.974	5218.54
5.05	25.5025	128.788	650.378	3284.41	5.55	30.8025	170.954	948.794	5265.81
5.06	25.6036	129.554	655.544	3317.05	5.56	30.9136	171.880	955.651	5313.42
5.07	25.7049	130.324	660.742	3349.96	5.57	31.0249	172.809	962.544	5361.37
5.08	25.8064	131.097	665.970	3383.13	5.58	31.1364	173.741	969.475	5409.67
5.09	25.9081	131.872	671.230	3416.56	5.59	31.2481	174.677	976.444	5458.32
5.10	26.0100	132.651	676.520	3450.25	5.60	31.3600	175.616	983.450	5507.32
5.11	26.1121	133.433	681.842	3484.21	5.61	31.4721	176.558	990.493	5556.67
5.12	26.2144	134.218	687.195	3518.44	5.62	31.5844	177.504	997.574	5606.37
5.13	26.3169	135.006	692.579	3552.93	5.63	31.6969	178.454	1004.69	5656.42
5.14	26.4196	135.797	697.995	3587.70	5.64	31.8096	179.406	1011.85	5706.84
5.15	26.5225	136.591	703.443	3622.73	5.65	31.9225	180.362	1019.05	5757.61
5.16	26.6256	137.388	708.923	3658.04	5.66	32.0356	181.321	1026.28	5808.74
5.17	26.7289	138.188	714.434	3693.62	5.67	32.1489	182.284	1033.55	5860.24
5.18	26.8324	138.992	719.978	3729.48	5.68	32.2624	183.250	1040.86	5912.10
5.19	26.9361	139.798	725.553	3765.62	5.69	32.3761	184.220	1048.21	5964.33
5.20	27.0400	140.608	731.162	3802.04	5.70	32.4900	185.193	1055.60	6016.92
5.21	27.1441	141.421	736.802	3838.74	5.71	32.6041	186.169	1063.03	6069.89
5.22	27.2484	142.237	742.475	3875.72	5.72	32.7184	187.149	1070.49	6123.22
5.23	27.3529	143.056	748.181	3912.99	5.73	32.8329	188.133	1078.00	6176.94
5.24	27.4576	143.878	753.920	3950.54	5.74	32.9476	189.119	1085.54	6231.02
5.25	27.5625	144.703	759.691	3988.38	5.75	33.0625	190.109	1093.13	6285.49
5.26	27.6676	145.532	765.496	4026.51	5.76	33.1776	191.103	1100.75	6340.34
5.27	27.7729	146.363	771.334	4064.93	5.77	33.2929	192.100	1108.42	6395.57
5.28	27.8784	147.198	777.205	4103.64	5.78	33.4084	193.101	1116.12	6451.18
5.29	27.9841	148.036	783.110	4142.65	5.79	33.5241	194.105	1123.87	6507.18
5.30	28.0900	148.877	789.048	4181.95	5.80	33.6400	195.112	1131.65	6563.57
5.31	28.1961	149.721	795.020	4221.56	5.81	33.7561	196.123	1139.47	6620.35
5.32	28.3024	150.569	801.026	4261.46	5.82	33.8724	197.137	1147.34	6677.52
5.33	28.4089	151.419	807.066	4301.66	5.83	33.9889	198.155	1155.25	6735.08
5.34	28.5156	152.273	813.139	4342.16	5.84	34.1056	199.177	1163.19	6793.04
5.35	28.6225	153.130	819.248	4382.97	5.85	34.2225	200.202	1171.18	6851.40
5.36	28.7296	153.991	825.390	4424.09	5.86	34.3396	201.230	1179.21	6910.16
5.37	28.8369	154.854	831.567	4465.51	5.87	34.4569	202.262	1187.28	6969.32
5.38	28.9444	155.721	837.778	4507.25	5.88	34.5744	203.297	1195.39	7028.89
5.39	29.0521	156.591	844.025	4549.29	5.89	34.6921	204.336	1203.54	7088.86
5.40	29.1600	157.464	850.306	4591.65	5.90	34.8100	205.379	1211.74	7149.24
5.41	29.2681	158.340	856.622	4634.32	5.91	34.9281	206.425	1219.97	7210.04
5.42	29.3764	159.220	862.973	4677.31	5.92	35.0464	207.475	1228.25	7271.24
5.43	29.4849	160.103	869.359	4720.62	5.93	35.1649	208.528	1236.57	7332.86
5.44	29.5936	160.989	875.781	4764.25	5.94	35.2836	209.585	1244.93	7394.90
5.45	29.7025	161.879	882.239	4808.20	5.95	35.4025	210.645	1253.34	7457.36
5.46	29.8116	162.771	888.731	4852.47	5.96	35.5216	211.709	1261.78	7520.23
5.47	29.9209	163.667	895.260	4897.07	5.97	35.6409	212.776	1270.27	7583.53
5.48	30.0304	164.567	901.825	4942.00	5.98	35.7604	213.847	1278.81	7647.26
5.49	30.1401	165.469	908.426	4987.26	5.99	35.8801	214.922	1287.38	7711.42
5.50	30.2500	166.375	915.063	5032.84	6.00	36.0000	216.000	1296.00	7776.00

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
6.00	36.0000	216.000	1296.00	7776.00	6.50	42.2500	274.625	1785.06	11602.9
6.01	36.1201	217.082	1304.66	7841.02	6.51	42.3801	275.894	1796.07	11692.4
6.02	36.2404	218.167	1313.37	7906.47	6.52	42.5104	277.168	1807.13	11782.5
6.03	36.3609	219.256	1322.12	7972.35	6.53	42.6409	278.445	1818.25	11873.1
6.04	36.4816	220.349	1330.91	8038.68	6.54	42.7716	279.726	1829.41	11964.3
6.05	36.6025	221.445	1339.74	8105.45	6.55	42.9025	281.011	1840.62	12056.1
6.06	36.7236	222.545	1348.62	8172.65	6.56	43.0336	282.300	1851.89	12148.4
6.07	36.8449	223.649	1357.55	8240.31	6.57	43.1649	283.593	1863.21	12241.3
6.08	36.9664	224.756	1366.51	8308.41	6.58	43.2964	284.890	1874.58	12334.7
6.09	37.0881	225.867	1375.53	8376.96	6.59	43.4281	286.191	1886.00	12428.7
6.10	37.2100	226.981	1384.58	8445.96	6.60	43.5600	287.496	1897.47	12523.3
6.11	37.3321	228.099	1393.69	8515.42	6.61	43.6921	288.805	1909.00	12618.5
6.12	37.4544	229.221	1402.83	8585.33	6.62	43.8244	290.118	1920.58	12714.2
6.13	37.5769	230.346	1412.02	8655.70	6.63	43.9569	291.434	1932.21	12810.5
6.14	37.6996	231.476	1421.26	8726.54	6.64	44.0896	292.755	1943.89	12907.4
6.15	37.8225	232.608	1430.54	8797.83	6.65	44.2225	294.080	1955.63	13004.9
6.16	37.9456	233.745	1439.87	8869.59	6.66	44.3556	295.408	1967.42	13103.0
6.17	38.0689	234.885	1449.24	8941.82	6.67	44.4889	296.741	1979.26	13201.7
6.18	38.1924	236.029	1458.66	9014.52	6.68	44.6224	298.078	1991.16	13300.9
6.19	38.3161	237.177	1468.12	9087.68	6.69	44.7561	299.418	2003.11	13400.8
6.20	38.4400	238.328	1477.63	9161.33	6.70	44.8900	300.763	2015.11	13501.3
6.21	38.5641	239.483	1487.19	9235.45	6.71	45.0241	302.112	2027.17	13602.3
6.22	38.6884	240.642	1496.79	9310.05	6.72	45.1584	303.464	2039.28	13704.0
6.23	38.8129	241.804	1506.44	9385.13	6.73	45.2929	304.821	2051.45	13806.2
6.24	38.9376	242.971	1516.14	9460.69	6.74	45.4276	306.182	2063.67	13909.1
6.25	39.0625	244.141	1525.88	9536.74	6.75	45.5625	307.547	2075.94	14012.6
6.26	39.1876	245.314	1535.67	9613.28	6.76	45.6976	308.916	2088.27	14116.7
6.27	39.3129	246.492	1545.50	9690.31	6.77	45.8329	310.289	2100.65	14221.4
6.28	39.4384	247.673	1555.39	9767.83	6.78	45.9684	311.666	2113.09	14326.8
6.29	39.5641	248.858	1565.32	9845.85	6.79	46.1041	313.047	2125.59	14432.7
6.30	39.6900	250.047	1575.30	9924.37	6.80	46.2400	314.432	2138.14	14539.3
6.31	39.8161	251.240	1585.32	10003.4	6.81	46.3761	315.821	2150.74	14646.6
6.32	39.9424	252.436	1595.40	10082.9	6.82	46.5124	317.215	2163.40	14754.4
6.33	40.0689	253.636	1605.52	10162.9	6.83	46.6489	318.612	2176.12	14862.9
6.34	40.1956	254.840	1615.69	10243.5	6.84	46.7856	320.014	2188.89	14972.0
6.35	40.3225	256.048	1625.90	10324.5	6.85	46.9225	321.419	2201.72	15081.8
6.36	40.4496	257.259	1636.17	10406.0	6.86	47.0596	322.829	2214.61	15192.2
6.37	40.5769	258.475	1646.48	10488.1	6.87	47.1969	324.243	2227.55	15303.3
6.38	40.7044	259.694	1656.85	10570.7	6.88	47.3344	325.661	2240.55	15415.0
6.39	40.8321	260.917	1667.26	10653.8	6.89	47.4721	327.083	2253.60	15527.3
6.40	40.9600	262.144	1677.72	10737.4	6.90	47.6100	328.509	2266.71	15640.3
6.41	41.0881	263.375	1688.23	10821.6	6.91	47.7481	329.939	2279.88	15754.0
6.42	41.2164	264.609	1698.79	10906.2	6.92	47.8864	331.374	2293.11	15868.3
6.43	41.3449	265.848	1709.40	10991.4	6.93	48.0249	332.813	2306.39	15983.3
6.44	41.4736	267.090	1720.06	11077.2	6.94	48.1636	334.255	2319.73	16098.9
6.45	41.6025	268.336	1730.77	11163.5	6.95	48.3025	335.702	2333.13	16215.3
6.46	41.7316	269.586	1741.53	11250.3	6.96	48.4416	337.154	2346.59	16332.3
6.47	41.8609	270.840	1752.33	11337.6	6.97	48.5809	338.609	2360.10	16449.9
6.48	41.9904	272.098	1763.19	11425.5	6.98	48.7204	340.068	2373.68	16568.3
6.49	42.1201	273.359	1774.10	11513.9	6.99	48.8601	341.532	2387.31	16687.3
6.50	42.2500	274.625	1785.06	11602.9	7.00	49.0000	343.000	2401.00	16807.0

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
7.00	49.0000	343.000	2401.00	16807.0	7.50	56.2500	421.875	3164.06	23730.5
7.01	49.1401	344.472	2414.75	16927.4	7.51	56.4001	423.565	3180.97	23889.1
7.02	49.2804	345.948	2428.56	17048.5	7.52	56.5504	425.259	3197.95	24048.6
7.03	49.4209	347.429	2442.43	17170.3	7.53	56.7009	426.958	3214.99	24208.9
7.04	49.5616	348.914	2456.35	17292.7	7.54	56.8516	428.661	3232.10	24370.1
7.05	49.7025	350.403	2470.34	17415.9	7.55	57.0025	430.369	3249.29	24532.1
7.06	49.8436	351.896	2484.38	17539.8	7.56	57.1536	432.081	3266.53	24695.0
7.07	49.9849	353.393	2498.49	17664.3	7.57	57.3049	433.798	3283.85	24858.8
7.08	50.1264	354.895	2512.66	17789.6	7.58	57.4564	435.520	3301.24	25023.4
7.09	50.2681	356.401	2526.88	17915.6	7.59	57.6081	437.245	3318.69	25188.9
7.10	50.4100	357.911	2541.17	18042.3	7.60	57.7600	438.976	3336.22	25355.3
7.11	50.5521	359.425	2555.51	18169.7	7.61	57.9121	440.711	3353.81	25522.5
7.12	50.6944	360.944	2569.92	18297.8	7.62	58.0644	442.451	3371.47	25690.6
7.13	50.8369	362.467	2584.39	18426.7	7.63	58.2169	444.195	3389.21	25859.7
7.14	50.9796	363.994	2598.92	18556.3	7.64	58.3696	445.944	3407.01	26029.6
7.15	51.1225	365.526	2613.51	18686.6	7.65	58.5225	447.697	3424.88	26200.4
7.16	51.2656	367.062	2628.16	18817.6	7.66	58.6756	449.455	3442.83	26372.0
7.17	51.4089	368.602	2642.88	18949.4	7.67	58.8289	451.218	3460.84	26544.6
7.18	51.5524	370.146	2657.65	19081.9	7.68	58.9824	452.985	3478.92	26718.1
7.19	51.6961	371.695	2672.49	19215.2	7.69	59.1361	454.757	3497.08	26892.5
7.20	51.8400	373.248	2687.39	19349.2	7.70	59.2900	456.533	3515.30	27067.8
7.21	51.9841	374.805	2702.35	19483.9	7.71	59.4441	458.314	3533.60	27244.1
7.22	52.1284	376.367	2717.37	19619.4	7.72	59.5984	460.100	3551.97	27421.2
7.23	52.2729	377.933	2732.46	19755.7	7.73	59.7529	461.890	3570.41	27599.3
7.24	52.4176	379.503	2747.60	19892.7	7.74	59.9076	463.685	3588.92	27778.2
7.25	52.5625	381.078	2762.82	20030.4	7.75	60.0625	465.484	3607.50	27958.2
7.26	52.7076	382.657	2778.09	20168.9	7.76	60.2176	467.289	3626.16	28139.0
7.27	52.8529	384.241	2793.43	20308.2	7.77	60.3729	469.097	3644.89	28320.8
7.28	52.9984	385.828	2808.83	20448.3	7.78	60.5284	470.911	3663.69	28503.5
7.29	53.1441	387.420	2824.30	20589.1	7.79	60.6841	472.729	3682.56	28687.1
7.30	53.2900	389.017	2839.82	20730.7	7.80	60.8400	474.552	3701.51	28871.7
7.31	53.4361	390.618	2855.42	20873.1	7.81	60.9961	476.380	3720.52	29057.3
7.32	53.5824	392.223	2871.07	21016.3	7.82	61.1524	478.212	3739.62	29243.8
7.33	53.7289	393.833	2886.80	21160.2	7.83	61.3089	480.049	3758.78	29431.3
7.34	53.8756	395.447	2902.58	21304.9	7.84	61.4656	481.890	3778.02	29619.7
7.35	54.0225	397.065	2918.43	21450.5	7.85	61.6225	483.737	3797.33	29809.1
7.36	54.1696	398.688	2934.35	21596.8	7.86	61.7796	485.588	3816.72	29999.4
7.37	54.3169	400.316	2950.33	21743.9	7.87	61.9369	487.443	3836.18	30190.7
7.38	54.4644	401.947	2966.37	21891.8	7.88	62.0944	489.304	3855.71	30383.0
7.39	54.6121	403.583	2982.48	22040.5	7.89	62.2521	491.169	3875.32	30576.3
7.40	54.7600	405.224	2998.66	22190.1	7.90	62.4100	493.039	3895.01	30770.6
7.41	54.9081	406.869	3014.90	22340.4	7.91	62.5681	494.914	3914.77	30965.8
7.42	55.0564	408.518	3031.21	22491.6	7.92	62.7264	496.793	3934.60	31162.0
7.43	55.2049	410.172	3047.58	22643.5	7.93	62.8849	498.677	3954.51	31359.3
7.44	55.3536	411.831	3064.02	22796.3	7.94	63.0436	500.566	3974.50	31557.5
7.45	55.5025	413.494	3080.53	22949.9	7.95	63.2025	502.460	3994.56	31756.7
7.46	55.6516	415.161	3097.10	23104.4	7.96	63.3616	504.358	4014.69	31957.0
7.47	55.8009	416.833	3113.74	23259.6	7.97	63.5209	506.262	4034.90	32158.2
7.48	55.9504	418.509	3130.45	23415.7	7.98	63.6804	508.170	4055.19	32360.4
7.49	56.1001	420.190	3147.22	23572.7	7.99	63.8401	510.082	4075.56	32563.7
7.50	56.2500	421.875	3164.06	23730.5	8.00	64.0000	512.000	4096.00	32768.0

n	n^2	n^3	n^4	n^5	n	n^2	n^3	n^4	n^5
8.00	64.0000	512.000	4096.00	32768.0	8.50	72.2500	614.125	5220.06	44370.5
8.01	64.1601	513.922	4116.52	32973.3	8.51	72.4201	616.295	5244.67	44632.1
8.02	64.3204	515.850	4137.11	33179.7	8.52	72.5904	618.470	5269.37	44895.0
8.03	64.4809	517.782	4157.79	33387.0	8.53	72.7609	620.650	5294.15	45159.1
8.04	64.6416	519.718	4178.54	33595.4	8.54	72.9316	622.836	5319.02	45424.4
8.05	64.8025	521.660	4199.36	33804.9	8.55	73.1025	625.026	5343.98	45691.0
8.06	64.9636	523.607	4220.27	34015.4	8.56	73.2736	627.222	5369.02	45958.8
8.07	65.1249	525.558	4241.25	34226.9	8.57	73.4449	629.423	5394.15	46227.9
8.08	65.2864	527.514	4262.31	34439.5	8.58	73.6164	631.629	5419.37	46498.2
8.09	65.4481	529.475	4283.45	34653.1	8.59	73.7881	633.840	5444.68	46769.8
8.10	65.6100	531.441	4304.67	34867.8	8.60	73.9600	636.056	5470.08	47042.7
8.11	65.7721	533.412	4325.97	35083.6	8.61	74.1321	638.277	5495.57	47316.8
8.12	65.9344	535.387	4347.35	35300.4	8.62	74.3044	640.504	5521.14	47592.3
8.13	66.0969	537.368	4368.80	35518.3	8.63	74.4769	642.736	5546.81	47869.0
8.14	66.2596	539.353	4390.33	35737.3	8.64	74.6496	644.973	5572.56	48146.9
8.15	66.4225	541.343	4411.95	35957.4	8.65	74.8225	647.215	5598.41	48426.2
8.16	66.5856	543.338	4433.64	36178.5	8.66	74.9956	649.462	5624.34	48706.8
8.17	66.7489	545.339	4455.42	36400.7	8.67	75.1689	651.714	5650.36	48988.7
8.18	66.9124	547.347	4477.27	36624.1	8.68	75.3424	653.972	5676.48	49276.8
8.19	67.0761	549.353	4499.20	36848.5	8.69	75.5161	656.235	5702.68	49556.3
8.20	67.2400	551.368	4521.22	37074.0	8.70	75.6900	658.503	5728.98	49842.1
8.21	67.4041	553.388	4543.31	37300.6	8.71	75.8641	660.776	5755.36	50129.2
8.22	67.5684	555.412	4565.49	37528.3	8.72	76.0384	663.055	5781.84	50417.6
8.23	67.7329	557.442	4587.75	37757.1	8.73	76.2129	665.339	5808.41	50707.4
8.24	67.8976	559.476	4610.08	37987.1	8.74	76.3876	667.628	5835.07	50998.5
8.25	68.0625	561.516	4632.50	38218.2	8.75	76.5625	669.922	5861.82	51290.9
8.26	68.2276	563.560	4655.01	38450.3	8.76	76.7376	672.221	5888.66	51584.7
8.27	68.3929	565.609	4677.59	38683.7	8.77	76.9129	674.526	5915.59	51879.8
8.28	68.5584	567.664	4700.25	38918.1	8.78	77.0884	676.836	5942.62	52176.2
8.29	68.7241	569.723	4723.00	39153.7	8.79	77.2641	679.151	5969.74	52474.0
8.30	68.8900	571.787	4745.83	39390.4	8.80	77.4400	681.472	5996.95	52773.2
8.31	69.0561	573.856	4768.74	39628.3	8.81	77.6161	683.798	6024.26	53073.7
8.32	69.2224	575.930	4791.74	39867.3	8.82	77.7924	686.129	6051.66	53375.6
8.33	69.3889	578.010	4814.82	40107.4	8.83	77.9689	688.465	6079.15	53678.9
8.34	69.5556	580.094	4837.98	40348.8	8.84	78.1456	690.807	6106.73	53983.5
8.35	69.7225	582.183	4861.23	40591.2	8.85	78.3225	693.154	6134.41	54289.6
8.36	69.8896	584.277	4884.56	40834.9	8.86	78.4996	695.506	6162.19	54597.0
8.37	70.0569	586.376	4907.97	41079.7	8.87	78.6769	697.864	6190.05	54905.8
8.38	70.2244	588.480	4931.47	41325.7	8.88	78.8544	700.227	6218.02	55216.0
8.39	70.3921	590.590	4955.05	41572.9	8.89	79.0321	702.595	6246.07	55527.6
8.40	70.5600	592.704	4978.71	41821.2	8.90	79.2100	704.969	6274.22	55840.6
8.41	70.7281	594.823	5002.46	42070.7	8.91	79.3881	707.348	6302.47	56155.0
8.42	70.8964	596.948	5026.30	42321.4	8.92	79.5664	709.732	6330.81	56470.8
8.43	71.0649	599.077	5050.22	42573.4	8.93	79.7449	712.122	6359.25	56788.1
8.44	71.2336	601.212	5074.23	42826.5	8.94	79.9236	714.517	6387.78	57106.8
8.45	71.4025	603.351	5098.32	43080.8	8.95	80.1025	716.917	6416.41	57426.9
8.46	71.5716	605.496	5122.49	43336.3	8.96	80.2816	719.323	6445.14	57748.4
8.47	71.7409	607.645	5146.76	43593.0	8.97	80.4609	721.734	6473.96	58071.4
8.48	71.9104	609.800	5171.11	43851.0	8.98	80.6404	724.151	6502.87	58395.8
8.49	72.0801	611.960	5195.54	44110.1	8.99	80.8201	726.573	6531.89	58721.7
8.50	72.2500	614.125	5220.06	44370.5	9.00	81.0000	729.000	6561.00	59049.0

n	n ²	n ³	n ⁴	n ⁵	n	n ²	n ³	n ⁴	n ⁵
9.00	81.0000	729.000	6561.00	59049.0	9.50	90.2500	857.375	8145.06	77378.1
9.01	81.1801	731.433	6590.21	59377.8	9.51	90.4401	860.085	8179.41	77786.2
9.02	81.3604	733.871	6619.51	59708.0	9.52	90.6304	862.801	8213.87	78196.0
9.03	81.5409	736.314	6648.92	60039.7	9.53	90.8209	865.523	8248.44	78607.6
9.04	81.7216	738.763	6678.42	60372.9	9.54	91.0116	868.251	8283.11	79020.9
9.05	81.9025	741.218	6708.02	60707.6	9.55	91.2025	870.984	8317.90	79435.9
9.06	82.0836	743.677	6737.72	61043.7	9.56	91.3936	873.723	8352.79	79852.7
9.07	82.2649	746.143	6767.51	61381.3	9.57	91.5849	876.467	8387.79	80271.2
9.08	82.4464	748.613	6797.41	61720.5	9.58	91.7764	879.218	8422.91	80691.5
9.09	82.6281	751.089	6827.40	62061.1	9.59	91.9681	881.974	8458.13	81113.5
9.10	82.8100	753.571	6857.50	62403.2	9.60	92.1600	884.736	8493.47	81537.3
9.11	82.9921	756.058	6887.69	62746.8	9.61	92.3521	887.504	8528.91	81962.8
9.12	83.1744	758.551	6917.98	63092.0	9.62	92.5444	890.277	8564.47	82390.2
9.13	83.3569	761.048	6948.37	63438.6	9.63	92.7369	893.056	8600.13	82819.3
9.14	83.5396	763.552	6978.86	63786.8	9.64	92.9296	895.841	8635.91	83250.2
9.15	83.7225	766.061	7009.46	64136.5	9.65	93.1225	898.632	8671.80	83682.9
9.16	83.9056	768.575	7040.15	64487.8	9.66	93.3156	901.429	8707.80	84117.4
9.17	84.0889	771.095	7070.94	64840.5	9.67	93.5089	904.231	8743.91	84553.7
9.18	84.2724	773.621	7101.84	65194.9	9.68	93.7024	907.039	8780.14	84991.8
9.19	84.4561	776.152	7132.83	65550.7	9.69	93.8961	909.853	8816.48	85431.7
9.20	84.6400	778.688	7163.93	65908.2	9.70	94.0900	912.673	8852.93	85873.4
9.21	84.8241	781.230	7195.13	66267.1	9.71	94.2841	915.499	8889.49	86317.0
9.22	85.0084	783.777	7226.43	66627.7	9.72	94.4784	918.330	8926.17	86762.4
9.23	85.1929	786.330	7257.83	66989.8	9.73	94.6729	921.167	8962.96	87209.6
9.24	85.3776	788.889	7289.33	67353.5	9.74	94.8676	924.010	8999.86	87658.7
9.25	85.5625	791.453	7320.94	67718.7	9.75	95.0625	926.859	9030.88	88109.6
9.26	85.7476	794.023	7352.65	68085.5	9.76	95.2576	929.714	9074.01	88562.3
9.27	85.9329	796.598	7384.46	68454.0	9.77	95.4529	932.575	9111.26	89017.0
9.28	86.1184	799.179	7416.38	68824.0	9.78	95.6484	935.441	9148.62	89473.5
9.29	86.3041	801.765	7448.40	69195.6	9.79	95.8441	938.314	9186.09	89931.8
9.30	86.4900	804.357	7480.52	69568.8	9.80	96.0400	941.192	9223.68	90392.1
9.31	86.6761	806.954	7512.75	69943.7	9.81	96.2361	944.076	9261.39	90854.2
9.32	86.8624	809.558	7545.08	70320.1	9.82	96.4324	946.966	9299.21	91318.2
9.33	87.0489	812.166	7577.51	70698.2	9.83	96.6289	949.862	9337.14	91784.1
9.34	87.2356	814.781	7610.05	71077.9	9.84	96.8256	952.764	9375.20	92251.9
9.35	87.4225	817.400	7642.69	71459.2	9.85	97.0225	955.672	9413.37	92721.7
9.36	87.6096	820.026	7675.44	71842.1	9.86	97.2196	958.585	9451.65	93193.3
9.37	87.7969	822.657	7708.30	72226.7	9.87	97.4169	961.505	9490.05	93666.8
9.38	87.9844	825.294	7741.25	72613.0	9.88	97.6144	964.430	9528.57	94142.3
9.39	88.1721	827.936	7774.32	73000.9	9.89	97.8121	967.362	9567.21	94619.7
9.40	88.3600	830.584	7807.49	73390.4	9.90	98.0100	970.299	9605.96	95099.0
9.41	88.5481	833.238	7840.77	73781.6	9.91	98.2081	973.242	9644.83	95580.3
9.42	88.7364	835.897	7874.15	74174.5	9.92	98.4064	976.191	9683.82	96063.5
9.43	88.9249	838.562	7907.64	74569.0	9.93	98.6049	979.147	9722.93	96548.7
9.44	89.1136	841.232	7941.23	74965.2	9.94	98.8036	982.108	9762.15	97035.8
9.45	89.3025	843.909	7974.94	75363.1	9.95	99.0025	985.075	9801.50	97524.9
9.46	89.4916	846.591	8008.75	75762.7	9.96	99.2016	988.048	9840.96	98015.9
9.47	89.6809	849.278	8042.66	76164.0	9.97	99.4009	991.027	9880.54	98509.0
9.48	89.8704	851.971	8076.69	76567.0	9.98	99.6004	994.012	9920.24	99004.0
9.49	90.0601	854.670	8110.82	76971.7	9.99	99.8001	997.003	9960.06	99501.0
9.50	90.2500	857.375	8145.06	77378.1	10.00	100.0000	1000.00	10000.0	100000

n	n^2	n^3	n^4	n^5
1	1	1	1	1
2	4	8	16	32
3	9	27	81	243
4	16	64	256	1024
5	25	125	625	3125
6	36	216	1296	7776
7	49	343	2401	16807
8	64	512	4096	32768
9	81	729	6561	59049

ARITMÈTICA

CINQUENA PART

PROBLEMES

1. Què s'entén per quadrat perfecte?
2. Què és l'arrel cúbica d'un nombre?
3. La potència d'un nombre, què és respecte d'aquest : a) si el nombre és major que la unitat, b) si és igual a la unitat, c) si és menor que la unitat?
4. Cercar la tercera potència de 24, de 100 i de 0,5.
5. Quantes xifres té la part entera de l'arrel quadrada d'un nombre de set xifres? 4
6. Quantes xifres té la part entera de l'arrel cúbica d'un nombre de quatre xifres? 2
7. Cercar directament l'arrel quadrada de 49.284.
8. Cercar l'arrel quadrada de $\frac{4}{9}$. $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3} = 0.6667$
9. Quin és el nombre que té per arrel cúbica 5,23? 143,055667
10. Cercar directament l'arrel cúbica de 232 608 375. 615
11. Cercar directament l'arrel cúbica de 75,3247 amb dues xifres decimals. 4,22
12. Cercar, per mitjà de les taules, l'arrel cúbica de 0,22. = 0,60368
13. Cercar, per mitjà de les taules, l'arrel quadrada de 0,054. = 0,2324
14. Cercar el quadrat de $\frac{2}{5}$. $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$
15. Cercar el cub de $3 + \frac{1}{4}$. $3\frac{1}{4} = 3.25 = 3.25^3 = 34,328125$
16. Cercar l'arrel cúbica de $\frac{64}{216}$. $\frac{4}{6} = 0.666$
17. Cercar l'arrel cinquena de 0,418. = 0,83991.
18. Cercar el nombre que té per cub 343. $7 = 7 \times 7 = 49 \times 7 = 343$
19. Cercar l'arrel cinquena de 354 378. $\sqrt[5]{354378} = 12,879$
20. Cercar la valor de 3^{16} de la manera més ràpida. = 43.046.721

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 9 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 9 \\ 81 \end{array} \begin{array}{r} 81 \\ 81 \\ 6561 \end{array} \begin{array}{r} 6561 \\ 6561 \\ 43.046.721 \end{array} \begin{array}{r} 43.046.721 \\ 43.046.721 \end{array}$$

FU-10-53



JOAN GRAU I VILA
PLAÇA SAGRADA FAMILIA, 4
BARCELONA