Mancomunitat de Catalunya

EXTENSIO D'ENSENYAMENT TECNIC

E·E·T

TEXT N.° 19

MECÀNICA ELEMENTAL

PART I

Carrer d'Urgell 187 Barcelona

MECÀNICA ELEMENTAL

1.ª PART

1. Matèria. Entenem per *matèria* o *substància* tot allò que és capaç d'impressionar els nostres sentits.

Cos és una porció limitada de matèria.

2. Atoms, molècules. D'algunes propietats dels cossos es dedueix que la substància de què són fets no és contínua, sinó que consisteix en la reunió d'un nombre extraordinàriament gran de porcions sumament petites o *àtoms* de matèria. Aquests àtoms no poden ésser dividits de cap manera i estan separats els uns dels altres.

Un grup de dos o més àtoms forma una *molècula*, així és que un cos pot ésser considerat com un conjunt de molècules i cada molècula com un conjunt d'àtoms.

Els àtoms com les molècules, estan separats els uns d'altres; hi ha entre ells un fluid subtil anomenat **èter** i són animats constantment d'un petit i ràpid moviment vibratori i rotatori que és la causa de la calor del cos.

Mecànicament, per trituració, etc., no és possible obtenir àtoms ni encara molècules; les parts més petites que podem obtenir, son sempre reunions molt grans de molècules, anomenades **partícules**

3. La matèria dels cossos pot ésser *simple* o *composta*.

Es anomenada *simple* aquella en què tots els àtoms que forman les seves molècules, són de una mateixa substància. Així passa amb el ferro en què els àtoms que formen les molècules, son tots de ferro. Es anomenada *composta* aquella matèria en que les molècules estan formades per àtoms de diferents substàncies. Així passa per exemple en el sulfur de ferro, la molècula és formada per un àtom de ferro i un de sofre. Semblantment en l'aigua les seves molècules son formades per dos àtoms d'hidrògen i un d'oxigen.

Així compendrem doncs com en portar la subdivisió dels cossos fins a separar les molècules, no alterarem la seva naturalesa. Així les molècules de sulfur de ferro, seran sempre sulfur de ferro: però en portar la divisió fins a separar els àtoms, si el cos és compost alterarem la seva naturalesa ja que en el mateix sulfur de ferro, no obtindrem aquest cos, sinó sofre i ferro. Els àtoms són indivisibles.

4. Diferència entre combinació i mescla. Cal no confondre mai la constitució dels cossos compostos amb la mescla de cossos, ja que una mescla de partícules de ferro i sofre no formen el sulfur de ferro, puix que les molècules d'aquesta barreja són molècules de ferro i altres de sofre.

Així amb un microscopi podem veure fàcilment les partícules de una i altra substància, cosa que no passa en mirar sulfur de ferro, car les partícules que hom pugui veure seran les d'aquesta nova matèria.

5. Aliatges. La mescla íntima de diversos metalls en fusió és considerada per molts com una veritable combinació, per bé que hi ha certs fets que semblen demostrar que són simplement dissolucions dels metalls.

L'aliatge de coure i estany és coneguda amb el nom de *bronze,* i la de coure i zinc amb el de *llautó.* Tant en el bronze com en el llautó hi entren generalment altres metalls, però els esmentats són els que hi entren en més gran proporció.

Quan un dels metalls és el mercuri, l'aliatge pren el nom d'*amalgama.*

Basant-se en alguns fenòmens físics ha calculat Lord Kelvin que en els sòlids i en els líquids la distància mitjana entre les molècules és major que $\frac{1}{2\,000\,000\,000}$ de centímetre i menor que $\frac{1}{100\,000\,000}$ de centímetre. El nombre de molècules que hi ha en un centímetre cúbic d'aire és calculat en 21 000000 000000 000000.

6. Estats dels cossos. La matèria que forma els cossos pot presentar-se sota tres estats anomenats *estat sòlid, estad líquid* i *estat gasós.*

L'estat sòlid, que observem en el ferro, la fusta, la pedra, etc., a la temperatura ordinària, té per caràcter distintiu que la posició relativa de les seves molècules és fixa i no pot ésser canviada sense l'aplicació d'una força més o menys gran. Els cossos sòlids tendeixen a conservar la forma que els ha estat donada naturalment o artificialment.

L'*estat líquid,* que observem en l'aigua, alcohol, oli, etc., està caracteritzat per no ésser fixa la porció relativa de les molècules, sinó que aquestes llisquen les unes sobre les altres amb la major facilitat i el cos pren tot seguit la forma del recipient on està contingut, terminant en sa part superior per una superfície plana.

L'*estat gasós,* que s'observa en l'aire. En els gasos la mobilitat de les molècules és encara més gran que en els líquids, però el caràcter distintiu d'un gas és la propietat d'ocupar sempre l'espai que se li ofereix. D'aquí resulta que els gasos no tenen forma pròpia i el seu volum depèn de la pressió a que estan sotmèsos.

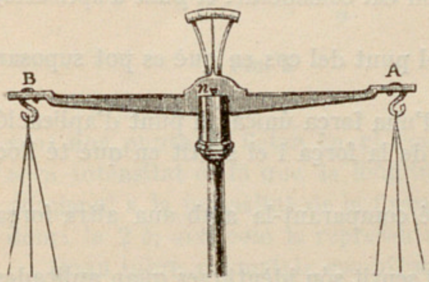
La paraula *fluid* s'aplica indistintament als líquids i als gasos. La major part dels cossos simples i alguns dels compostos poden passar successivament pels tres estats. Com per exemple, l'aigua, el sofre, el mercuri, el zinc, etc.

7. Punt material. En el estudi de la Mecànica se suposen els cossos constituïts per *punts materials*. *Punt material* és una porció de matèria suficientment petita perque sense error sensible puga determinar-se sa posició com la d'un punt geomètric. Ve a ésser un cos de dimensions petitíssimes.

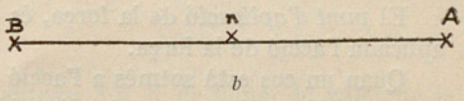
Hom considera els cossos com un conjunt o sistema de punts materials subjectes a certes condicions dependents de la matèria i de l'estat físic d'aqueixa.

En mecànica es diu *cos sòlid o rígid* i també *sistema material invariable* a tot sistema de punts materials les distàncies respectives dels quals permaneixen invariables. Els cossos sòlids poden ésser considerats com a sistemes invariables (dins de certs límits). D'aquí endavant sempre que diguem *cos sòlid* entendrem que es tracta d'un sistema invariable.

La palanca d'unes balances (fig. 1 *a*), per exemple, constitueix un sistema invariable en el què són considerats únicament els punts *A* i *B* on actuen



a



b

Fig. 1

les forces i el punt d'apoi *n*. Aquests tres punts conserven sempre una mateixa posició relativa i són de totes les demés parts de la palanca els únics que interessa conèixer, així la palanca anterior seria representada pels tres punts esmentats situats en sa posició relativa, com indica la fig. 1 *b*.

8. Moviment i repòs. Quan un cos ocupa successivament diverses posicions en el espai diem que està en *moviment*. Si ocupa sempre una mateixa posició diem que està en *repòs*.

La noció del moviment o el repòs d'un cos la tenim referint-lo a altres que considerem en repòs. Així direm que un carro es mou per una carretera en referir-lo a la quietud d'aquesta, però cal tenir en compte que la carretera es troba en la terra i aquesta es mou en l'espai.

Si la carretera estigués en repòs *absolut*, el moviment del carro seria *absolut*, però tota vegada que es mou, encara que aparentment estigui quieta, el seu repòs és relatiu a les altres parts de la terra, i el moviment del carro serà relatiu. Com que en l'espai no coneixem cap punt que reuneixi semblant condició, serà impossible de conèixer el moviment o el repòs *absolut* de un cos. Ens havem d'acontentar a referir les posicions d'un cos a certs punts considerats com a fixos, encara que realment no ho siguin, obtenint l'estat de repòs o moviment *relatius* del cos. Nosaltres sols podem conèixer els moviments relatius.

9. Força. Un cos que està en repòs no pot *per si mateix* posar-se en moviment; un cop en moviment continua movent-se *per si mateix*, segons certes lleis. Sempre que un cos passa del repòs al moviment, o bé, es mou segons lleis diferents de les que abans governaven el seu moviment, és que el cos està sotmés a l'acció d'una causa que determina canvis en son estat de repòs o de moviment. Aqueixa causa, qualsevol que sigui, és allò que anomenem *força*. Una *força* és doncs la causa del moviment o de la modificació del moviment. Les forces podem apreciar-les sols pels seus efectes.

En tota força aplicada a un cos sòlid cal considerar: *el punt d'aplicació, la direcció, l'intensitat i el sentit.*

El *punt d'aplicació* de la força, és el punt del cos en què es pot suposar aplicada l'acció de la força.

Quan un cos està sotmès a l'acció d'una força única, el punt d'aplicació pren una direcció anomenada *direcció* de la força i el sentit en què té lloc el moviment és el *sentit de* la força.

10. La intensitat d'una força, s'obté comparant-la amb una altra força que es pren per unitat.

Dues forces de la mateixa direcció i sentit són idèntiques quan aplicades de la mateixa manera sobre un mateix cos produeixen efectes idèntics. Dues, tres... forces idèntiques reunides, formen una força única, anomenada una força doble, tripla... d'una qualsevulga de les forces considerades. Prenent una determinada força per a força unitat, la seva magnitud o intensitat serà representada per 1. La força doble de la força unitat, tindrà una intensitat representada per 2, i així seguint. Veiem doncs que la **intensitat** d'una força és el número que expressa la relació entre la força considerada i la força que havem pres per unitat.

Essent el pes dels cossos una força, podrem pendre per unitat de força el gram, el quilogram, etc. La intensitat d'una força serà doncs expressada per un cert nombre de grams o de quilograms, etc.

Les magnituds físiques que com la força tenen direcció, sentit i intensitat són anomenades **vectorials**.

11. Representació gràfica d'una força. A fi de no haver de traçar figures complicades, per l'estudi de la Mecànica, s'ha convingut en simplificar llur representació. Així per representar la força que fa un home que, com es veu en la figura 2 *a*, apreta un cos B, en lloc de representar el cos B en la seva forma i dimensions, es representa solament per un punt *A'*, que és precisament el punt *A* de l'aplicació de la força; aquesta es representa per una recta *A'F* paral·lela a la direcció de la força, el sentit és indicat po-

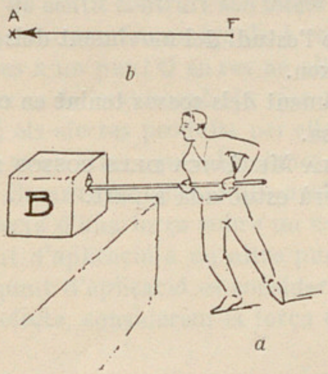


Fig. 2

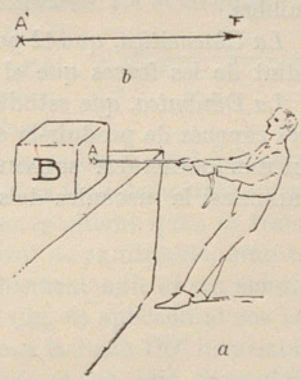


Fig. 3

sant una punta de fletxa en el seu extrem i a fi de donar la valor de la seva intensitat es fa que la longitud *A'F* de l'esmentada recta sigui proporcional a la intensitat de la força. La representació de la figura 2 *a* serà donc la 2 *b*; així com la representació de la 3 *a* serà la 3 *b*.

Quan sobre un mateix cos hi actuen varies forces, el cos es representa per tants punts d'aplicaciò, com punts hi hagi en els quals hi actuin les forces; essent aquestes representades com hem dit abans.

Resumint, doncs, direm que les forces són representades gràficament adoptant una escala per a representar la seva intensitat (per exemple un centímetre per cada quilogram); la línia *O F* (fig. 4) representa una força aplicada al punt *O;* que té la direccció de la recta *OF;* el sentit indicat per la fletxa, i la longitud *O F* representa, a l'escala adoptada, la intensitat de la força. Veiem doncs que per a representar una força, representem son punt d'aplicació, la recta que defineix sa direcció, sobre la dita recta

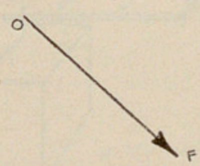


Fig. 4

hom marca el sentit i després pren una longitud, a partir del punt d'aplicació i sobre la direcció i sentit de la força que, a l'escala convenient, representa la intensitat de la força considerada.

La línia que representa una magnitud que com la força és vectorial és anomenada **vector.**

12. La Mecànica és la ciència de les forces i del moviment, i es divideix en tres parts:

1.ª *La Estàtica,* que té per objecte l'estudi de les forces prescindint dels moviments que poden resultar-ne. Compren l'equivalència de les forces i son equilibri.

2.ª *La Cinemàtica,* que té per objecte l'estudi del moviment dels cossos prescindint de les forces que el produeixen.

3.ª *La Dinàmica,* que estudia el moviment dels cossos tenint en compte les forces capaces de produir-lo o viceversa.

Aquí ens ocuparem solament de la Mecànica dels cossos rígids o invariables; la mecànica dels fluids serà estudiada a part.

ESTÀTICA

Equivalència de les forces

13. Dues forces P i Q (fig. 5) que tenen una mateixa direcció i són iguals i de sentit contrari són **forçes iguals i contràries.** Es evident que el conjunt de les dues forces iguals i contràries P i Q aplicades a un punt O en res no alteren son estat de repòs o de moviment, ja que es destrueixen entre si els efectes produïts per elles. Dues forces iguals i contràries equivalen doncs a una força nul·la o sigui que equivalen a zero. Basant-nos amb el que acabem de dir és fàcil demostrar que:

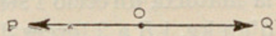


Fig. 5

L'efecte d'una força sobre un cos sòlid no és alterat quan es transporta son punt d'aplicació a un altre punt qualsevol de sa direcció, amb tal que el nou punt d'aplicació es consideri invariablement unit al cos sòlid.

En efecte, considerem la força $O\,A = F$ (fig. 6) aplicada al cos i obrant segons la recta OO' invariablement lligada al cos sòlid. Si en el punt O' i en la direcció de la recta OO', introduïm dues forces $O'B$ i $O'C$ iguals i contràries a la força F en res no haurem modificat l'acció de la força F. Les forces iguals i contràries $O'B$ i $O\,A$ podran suprimir-se quedant solament la força $O'C$ que és la mateixa força F després de traslladar son punt d'aplicació al nou punt O', com volíem provar.

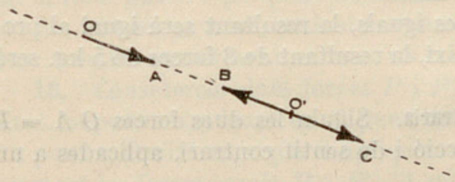


Fig. 6

Si suposem que es tracta de moure la peça representada en la figura 7, travessada per una barra rígida íntimament unida a la peça, és evident que el mateix resultat s'obtindrà apretant per un qualsevol dels punts A, a', a''... que estirant per qualsevol dels punts B, b', b''...

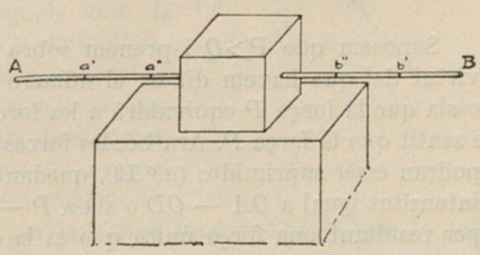


Fig. 7

14. Forces que tenen una mateixa direcció. Considerem (fig. 8) diverses forces que tenen una mateixa direcció i un mateix sentit, aplicades a un mateix cos sòlid.

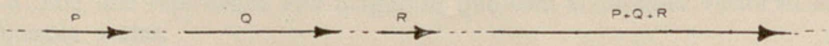


FIG. 8

Siguin, per exemple, les tres forces $P = 3$ kg. $Q = 6$ kg. i $R = 2$ kg. La força P produeix el mateix efecte (segons el n.º **10**) que 3 forces d'un kg. de la mateixa direcció i sentit que la força P, anàlogament Q equival a 6 forces d'un kg. i R a 2 forces d'un kg.; per tant, les forces P, Q i R reunides equivaldran a

$$3 + 6 + 2 = 11 \text{ forces de 1 kg.}$$

o sia a una força única la intensitat de la qual 11 kg. serà la suma de les intensitats 3, 6 i 2 de les forces P, Q i R. De manera que: Diverses forces aplicades a un mateix cos sòlid i d'una mateixa direcció i sentit equivalen a una força única de la mateixa direcció i sentit la intensitat de la qual és la suma de les intensitats de les forces donades. Aqueixa força única pren el nom de **resultant** de les forces proposades.

Si les forces considerades són totes iguals, la resultant serà igual al producte d'una d'elles pel seu nombre; així, la resultant de 8 forces de 5 kg. serà una força de $5 \times 8 = 40$ kg.

15. Forçes que tenen sentits contraris. Siguin les dues forces $OA = P$ i $BC = Q$ (fig. 9) de la mateixa direcció i de sentit contrari, aplicades a un mateix cos sòlid.

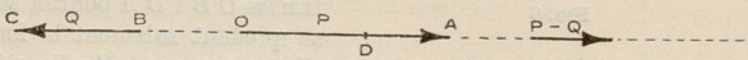


FIG. 9

Suposem que $P > Q$ i prenem sobre OA una magnitud $OD = BC$; en virtut del que havem dit en el número **14** tindrem $OA = P = OD + DA$ o sia que la força P equivaldrà a les forces OD i DA de la mateixa direcció i sentit que la força P. Ara bé, les forces OD i BC, essent iguals i contràries podran ésser suprimides (n.º **13**), quedant solament la força DA que té una intensitat igual a $OA - OD$ o sia a $P - Q$; per tant, les forces P i Q tenen per resultant una força única que és la diferència de les dues forces, té la direcció comuna a ambdues i el sentit de la major.

16. Del que havem dit en els números **14** i **15** deduïm: que la *resultant* d'un sistema de forces d'una mateixa direcció aplicades a un mateix cos sòlid, és igual a la suma algèbrica de les forces donades, prenent com a positives les que tenen un determinat sentit i com a negatives les de sentit contrari.

Exemple: Siguin les forces indicades en la fig. 10.

Considerant com a positives les forces que tenen el sentit d'esquerra a

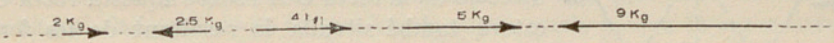


FIG. 10

dreta i com a negatives les de sentit contrari, la resultant R valdrà:

$$R = 2 - 2{,}5 + 4 + 5 - 9 = \quad 11 - 11{,}5 = -0{,}5 \text{ kg.}$$

La dita resultant R tindrà, doncs, una intensitat de 0,5 kg., la mateixa direcció de les forces donades i el sentit de les considerades com a negatives, o sia de dreta a esquerra.

17. Forces concurrents. Quan les direccions de les forces passen per un mateix punt o són *concurrents,* tindran una resultant única la direcció de la qual passarà pel punt de concurs.

EN TOT EL QUE SEGUIRÀ SUPOSAREM SEMPRE QUE TOTES LES FORCES DE QUE PARLEM ESTAN APLICADES A UN MATEIX COS SÒLID.

18. Considerem dues forces P i P' (fig. 11) concurrents i d'igual intensitat. Suposem col·locat en el punt de concurs O un punt material en repòs i apliquem-li simultàniament les forces iguals P i P'. Si suposem que les forces donades es confonen en una sola, el punt d'aplicació es mourà evidentment segons la direcció comuna a ambdues forces i en el mateix sentit que elles; si imaginem que les dues forces van separant-se, formant angles iguals amb la direcció primitiva, es comprèn que la direcció seguida pel punt d'aplicació romandrà invariable, essent constantment la direcció primitiva o sigui la bisectriu de l'angle format per les dues forces.

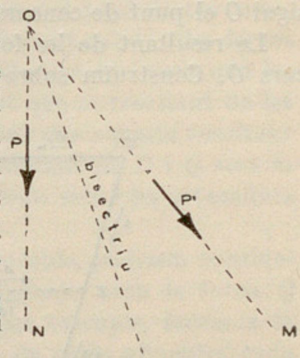


FIG. 11

Podem admetre doncs que dues forces concurrents i iguals tenen una resultant dirigida segons la bisectriu de l'angle format per les forces (que és l'angle que té per costats les dues forces traslladades a llur punt de concurs.)

19. Considerem (fig. 12) quatre forces P, P', P'' i P''' iguals entre elles, situades en un mateix pla les direccions de les quals formin un romb, el $O\ C\ A\ B$, essent els sentits de les dites forces els indicats en la figura. Ja que la figura $O\ C\ A\ B$ és un romb, la recta OA serà la bisectriu de l'angle $C\ O\ B$ format per les forces P i P', i també serà bisectriu de l'angle $C\ A\ B$ format per les forces P'' i P'''. Pel que havem dit en el n.º **18,** la resultant de les forces P i P' tindrà la direcció de la recta $O\ A$ i sobre aquesta recta $O\ A$ estarà també situada la resultant de les forces P'' i P'''. Demés per ésser iguals els angles $C\ O\ B$ i $C\ A\ B$, les dites resultants tindran la mateixa intensitat i és fàcil veure, inspeccionant la figura, que tindran sentit contrari.

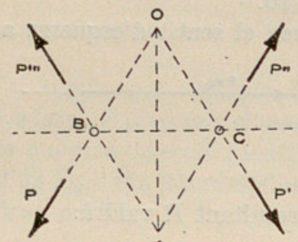


FIG. 12

Aquestes dues resultants, iguals i contràries, equivaldran a zero (n.º **13**) o es *destruiran.* Les forces $P\ P'P''$ i P''' que equivalen a dites dues resultants; equivaldran a zero, de manera que el conjunt llur no produirà cap efecte sobre el cos a què siguin aplicades. Podem dir doncs: sempre que quatre forces iguals estiguin disposades de manera que formin un romb i les resultants s'oposin, podran ésser suprimides sense alterar en res l'estat de repòs o de moviment del cos sòlid a què fossin aplicades.

20. Considerem (fig. 13) dues forces concurrents P i Q. Suposem que les intensitats de P i Q siguin conmensurables i que tinguem per exemple $\frac{P}{Q} = \frac{2}{3}$, sigui O el punt de concurs i a partir de dit punt i fem $OA = P$ i $OB = Q$.

La resultant de les forces P i Q passa evidentment pel punt de concurs O. Construïm sobre les intensitats P i Q el paral·lelogram $OACB$.

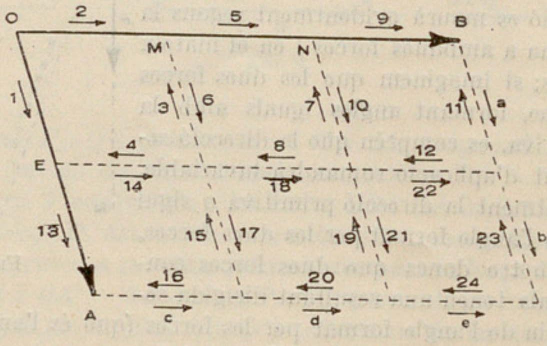


FIG. 13

Com que hem suposat que $\frac{P}{Q} = \frac{2}{3}$, podrem suposar $P = 2f$ i $Q = 3f$ essent f la força unitat. La força $P = OA$ serà evidentment igual a la suma de les forces OE i EA respectivament iguals a f indicades per mitjà de les fletxetes 1 i 13. Anàlogament, la força $Q = OB$ serà igual a la suma de les tres forces OM, MN i NB respectivament iguals a la força f, indicades en el dibuix per mitjà de les feltxes 2, 5 i 9. Si pels punts de divisió de les forces P i Q, els tracem paral·leles formarem la quadrícula indicada en la figura. Cada porció de la quadrícula és un *romb*, ja que té sos quatre costats iguals a la intensitat de la força f. Sobre cada un dels costats puntejats de la quadrícula que soposarem lligada invariablement al cos sòlid, imaginem aplicades al cos sòlid dues forces f iguals i contràries (indicades en la figura per mitjà de fletxes). En virtut del que havem dit en el núm. **13** en res no haurem alterat l'estat del cos sòlid, és a dir, que el conjunt de forces iguals a f indicades per totes les fletxes de la figura equivaldrà a la resultant de les forces P i Q (ja que totes les forces iguals i contràries podran ésser suprimides, quedant-nos solament les forces 2, 5, 9 i 1, 13 que respectivament equivalen a les forces P i Q).

Ara bé, en virtut del que havem dit en el n.º **19**, en el conjunt de forces indicades per les fletxes podrà ésser suprimit el grup de forces (1, 2, 3 i 4), com també els grups (5, 6, 7, 8), (9, 10, 11, 12), (13, 14, 15, 16), (17, 18,19, 20) i (21, 22, 23, 24), quedant solament les forces a, b, c, d i e, les quals equivaldran el conjunt de totes les forces i, per tant, a la resultant de les forces P i Q. Però les forces a i b tenen una resultant que passa pel punt C, les forces c, d i e tenen una resultant que també passa pel punt C, per tant, la resultant de les dues resultants anteriors passarà pel punt C, i les forces a, b, c, d i e equivaldran a una força que passa pel punt C, i com que les dites forces equivalen a les P i Q, queda demostrat que la resultant de les forces P i Q passa pel punt C. Hem vist anteriorment que aquesta resultant passava pel punt O, per tant, la direcció de la resultant de P i Q serà la recta OC o sia la diagonal del paral·lelogram construït sobre les intensitats de les dites forces.

Si la raó entre les forces P i Q fos incommensurable, podríem considerar una força auxiliar que mantenint-se *commensurable* amb la força Q s'acostés indefinidament a la força P (suposant, per exemple, formada la dita força auxiliar per a un cert nombre variable de parts alíquotes cada vegada més petites de la força Q). Per a les forces Q i la força auxiliar considerada es compliria el teorema anterior; per tant, en el límit es compliria també, o sigui que també es compliria per les forces P i Q.

Per tant: *La resultant de dues forces concurrents té la direcció de la dia-*

gonal del paral·lelogram construït sobre les dites forces. Anem ara a demostrar que la intensitat de la dita resultant és igual a la magnitud de dita diagonal.

Siguin (fig. 14) P i Q les dues forces i $P' = OD$ una força igual i contrària a la força P. Formem el paral·lelogram $OACB$ sobre les forces P i Q. La figura $ODBC$ serà també un paral·lelogram, ja que BC és igual i paral.lel a OA i, per tant, a OD. Suposem que la intensitat de la resultant de les forces P i Q sigui OS. El conjunt de forces P, Q i P' és equivalent al conjunt de les dues forces OS i P', ja que OS és la resultant de P i Q. Les forces P, Q i P' equivalen a la sola força Q, ja que P i P' són iguals i contràries; per tant, les forces OS i P' equivaldran també a la força Q, o sigui que Q serà la resultant de les forces OS i P'. Essent Q la resultant de les forces OS i P', la diagonal del paral·lelogram construït sobre les forces OS i P' o sigui la recta OE tindrà de coincidir amb la força Q, la qual cosa sols és possible fent coincidir el punt S amb el punt C. Com que hem suposat que OS era la resultant de P i Q i acabem de demostrar que el punt S ha de coincidir amb el punt C, OC serà la resultant de les forces P i Q, com volíem demostrar. Podem dir, doncs:

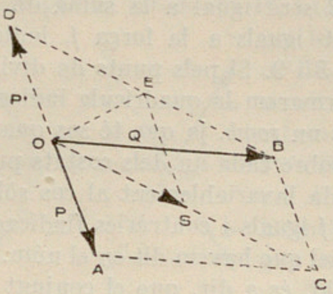


FIG. 14

LA RESULTANT DE DUES FORCES CONCURRENTS ÉS REPRESENTADA EN DIRECCIÓ I MAGNITUD PER LA DIAGONAL DEL PARAL·LELOGRAM CONSTRUÏT SOBRE LES DITES FORCES.

21. A fi de simplificar el llenguatge direm que dues forces són *equipolents* quan són paral·leles, iguals i del mateix sentit.

22. Triangle de forces. Considerem dues forces P i Q concurrents i la resultant llur R (fig. 15).

Per un punt qualsevol O' tracem la força $O'B'$ equipolent a la força Q, i pel punt B' la força $B'C'$ equipolent a la força P. Unint el punt O' amb el punt C' obtenim el triangle $O'B'C'$ que té els seus costats iguals i paral·lels als del triangle OBC, ja que OB i $O'B'$ són iguals i paral·lels i també ho són BC i $B'C'$. El costat $O'C'$ recorregut en el sentit

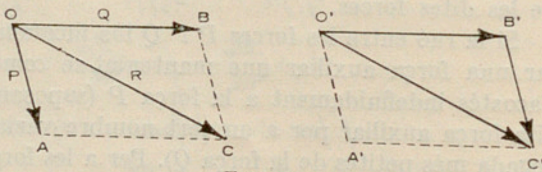


FIG. 15

de O' cap a C' serà, doncs, equipolent a la força R resultant de les P i O. El dit costat $O'C'$ és anomenat **suma geomètrica de les forces** P *i* Q.

El triangle $O'B'C'$ és el **triangle de forces** i serveix per trobar la força equipolent a la resultant de dues forces concurrents.

L'altre triangle de forces, que dóna també la força equipolent a la força R, s'obté traçant pel punt O' la força equipolent a la P i després l'equipolent a la Q obtenint el triangle de forces $O'A'C'$ el costat $O'C'$ del qual és equipolent a R.

23. Polígon de forces. Considerem (fig. 16) diverses forces concurrents P, Q, S, T, i col·locades en un mateix pla (en el successiu sempre suposarem

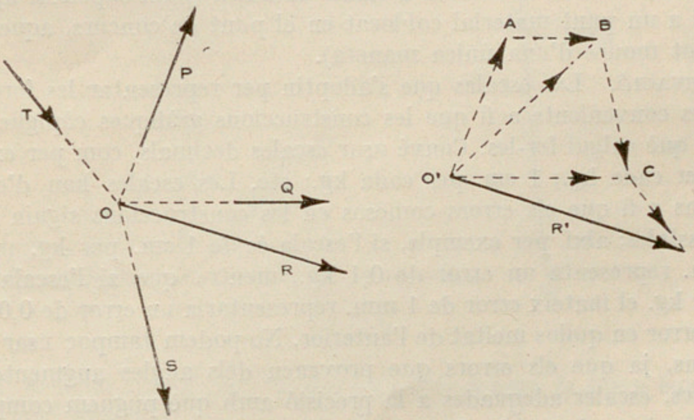


FIG. 16

que les forces de què parlem estan en un mateix pla). Per trobar la resultant de les forces P, Q, S i T, començarem per trobar la resultant de dues qualsevol d'elles per exemple les P i Q, després la resultant de la resultant anterior i una altra de les forces, per exemple la força S, i després la resultant de la resultant trobada, i la força T.

Per trobar la resultant de les forces P i Q formarem el triangle de forces $O'AB$, traçant la força $O'A$ equipolent a la força P i la AB equipolent a la força Q; la força $O'B$ serà equipolent a la resultant de les forces P i Q. Traçant pel punt O la força equipolent a la $O'B$ trobaríem la resultant d'ella i la força S, i el triangle de forces corresponents és el $O'BC$, essent BC equipolent a la força S (ja que $O'B$ ho és a la dita resultant). La força $O'C$ serà, doncs, equipolent a la resultant de les forces $O'B$ i S o sia de les forces P, Q i S. Anàlogament traçant pel punt C la força CD equipolent a la força T, la força $O'D = R'$ serà equipolent a la resultant de les forces $O'C$ i S, i com que $O'C$ és equipolent a la resultant de les forces P, Q i S, la força R' serà equipolent a la resultant de les forces P, Q, S i T. Traçant pel punt O la força R equipolent a la força R', la dita força R serà la resultant de les forces concurrents P, Q S i T. Per conèixer el punt D, extrem de la força R', basta solament traçar la línia poligonal $O'ABCD$, que s'obté traçant successivament les forces equipolents a les forces donades. La dita línia poligonal porta el nom de **polígon de forces.** La línia $O'D$ que *tanca* el polígon és la suma geomètrica de les forces donades.

Per formar el polígon de forces, podríem haver seguit un ordre diferent al traçar les diverses equipolents, arribant sempre al mateix punt extrem D, ja que la resultant de les forces donades és única (puix suposant aplicades les forces a un punt material col·locat en el punt de concurs, aquest punt sols es pot moure d'una única manera).

Observació. Les escales que s'adoptin per representar les forces han d'ésser les convenients a fi que les construccions gràfiques càpiguen en el paper en què calgui fer-les. Convé usar escales decimals, com per exemple: 1 mm. per cada kg.; 1 cm. per cada kg.; etc. Les escales han d'elegir-se prou grans a fi que els errors comesos en les construccions siguin els més petits possibles; així, per exemple, si l'escala és de 1 cm. per kg. un error de 1 mm. representa un error de 0,1 kg., mentre que si l'escala fos de 2 cm. per kg. el mateix error de 1 mm. representaria un error de 0,05 kg. o sigui un error en quilos meitat de l'anterior. No podem tampoc usar escales molt grans, ja que els errors que provenen dels angles augmenten. Cal usar, doncs, escales adequades a la precisió amb què puguem comptar en el dibuix i adequades a les qüestions estudiades.

24. Com a aplicació de l'anterior, proposem-nos calcular la resultant de les tres forces concurrents P, Q i S (fig. 17) que formen angles de 45°, 90° i 180° amb la recta *om* i valen respectivamnt 55 kg., 80 kg. i 50 kg.

Suposarem que ens ha convingut pendre una escala de representació de les forces de 1 cm per cada 20 kg. o sigui de $\frac{1}{20} = 0{,}05$ cm. per 1 kg. Com que els angles donats es refereixen als formats per les forces (tenint en compte els seus sentits) amb el sentit de la recta *om*, fàcilment obtindrem, construint els angles donats, la situació de les forces, les intensitats de les quals dibuixarem a l'escala adoptada. Les forces donades seran representades per les longituds P, Q i S, iguals, respectivament, a

$$55 \times 0{,}05 = 2{,}75 \text{ cm.},\ 80 \times 0{,}05 = 4 \text{ cm. i } 50 \times 0{,}05 = 2{,}5 \text{ cm.}$$

Per trobar la resultant construirem el polígon de forces. Prenem un punt O' per punt de partida o origen. Pel dit punt tracem la força $O'A$

equipolent a la força P; per l'extrem A tracem la força equipolent a la força Q, o sigui la força AB; per l'extrem B tracem la força BC equipolent a la última força S. El punt C és l'extrem del polígon de forces $O'ABC$. Unint l'origen O' amb l'extrem C del polígon o sigui formant la suma geo-

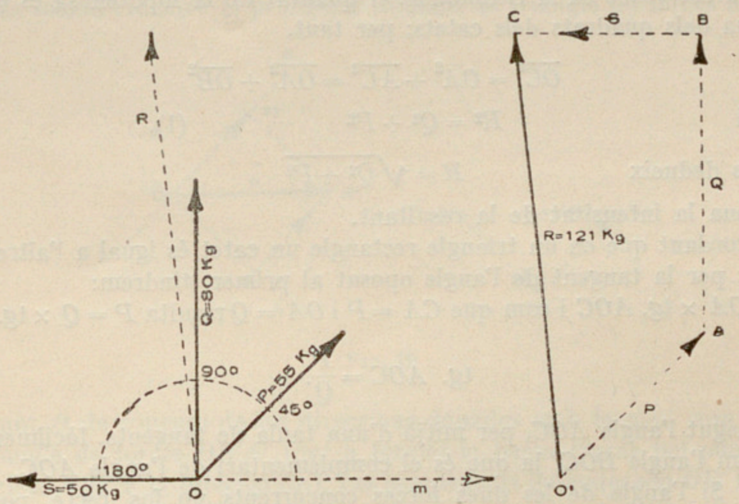


FIG. 17

mètrica de les forces P, Q i S, la recta $O'C$ donarà la força equipolent a la resultant buscada.

El sentit de la força R és el de O' cap a C, com indica la fletxa, i la seva intensitat la obtindrem mesurant sa longitud en centímetres i dividint el nombre de centímetres que resulti per 0,05 que és el que representa un kilogram. La longitud de la força $O'C = R$ és de 6,05; per tant, el nombre de kg. serà:

$$\frac{6,05}{0,05} = 121 \text{ kg.}$$

L'equipolent a la força $O'C = R$ traçada pel punt O, que és la força OM, és la resultant de les forces P, Q i S, o sigui la resultant buscada.

25. Quan les forces concurrents formen entre si un angle recte, cas bastant freqüent en la pràctica, és molt fàcil calcular la valor de la resultant i els angles que forma amb les forces. En efecte, siguin les forces rectangulars $OB = P$ i $OA = Q$ de la fig. 18.

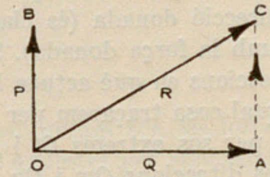


FIG. 18

Partint del punt A, extrem de la força Q, tracem l'equipolent a la força P, que serà la AC i tracem la recta OC, amb la qual cosa obtindrem el triangle de forces OAC que tindrà l'angle OAC recte. La hipotenusa OC, o sigui la suma geomètrica de Q i P, serà la resultant de les forces P i Q. Segons vàrem veure en la Geometria, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets; per tant,

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2$$

o sigui
$$R^2 = Q^2 + P^2 \qquad (1),$$

d'on es dedueix
$$R = \sqrt{Q^2 + P^2}$$

que dóna la intensitat de la resultant.

Recordant que en un triangle rectangle un catet és igual a l'altre multiplicat per la tangent de l'angle oposat al primer, tindrem:
$CA = OA \times$ tg. AOC i com que $CA = P$ i $OA = Q$ resulta $P = Q \times$ tg. AOC

d'on
$$\text{tg. } AOC = \frac{P}{Q}.$$

Conegut l'angle AOC, per mitjà d'una taula de tangents, fàcilment coneixerem l'angle BOC, ja que és el complementari de l'angle AOC.

26; Si l'angle de les dues forces concurrents no fos recte, podríem també usar fórmules trigonomètriques per trobar la resultant i els angles que forma amb les forces, però és preferible el mètode gràfic.

27. En totes les qüestions fins aquí resoltes ens han donat les forces i hem trobat la resultant, o sigui que hem **compost** les forces. Hem estudiat, doncs, la **composició** de forces concurrents. El problema recíproc o sigui de donada la resultant trobar les forces que compostes donin la dita resultant, és el problema de **descomposició** de forces. Les forces en què es descompon la resultant són anomenades **components**. El problema de la descomposició d'una força en diverses components concurrents, de direcció donada, és indeterminat i sols és determinat quan es tracta de dues components, que és el cas que estudiarem.

28. Volem trobar les components d'una força coneixent la direcció llur o sigui volem [descompondre una força donada en dues altres de direcció donada (és clar que les dites direccions han d'ésser concurrents amb la força donada). Siguin (fig. 19) P la força donada i Om i On les direccions en què actuen les components. Formem el triangle de forces per la qual cosa traçarem per un punt O' la força $O'A$ equipolent a la força P, i per sos extrems O' i A les rectes $O'B$ i AB respectivament paral·leles a les direccions Om i On. El triangle $O'BA$ serà el triangle de forces buscat.

Els costats $O'B$ i BA recorreguts en **sentit perifèric contrari** al de la força $O'A$ (ja que aqueixa força ha d'ésser la resultant), seran les components de la força $O'A$. Tirant pel punt O les equipolents a les forces $O'B$ i BA obtindrem les components de la força donada P segons les direccions donades. Es més senzill resoldre el problema formant el triangle de forces a partir

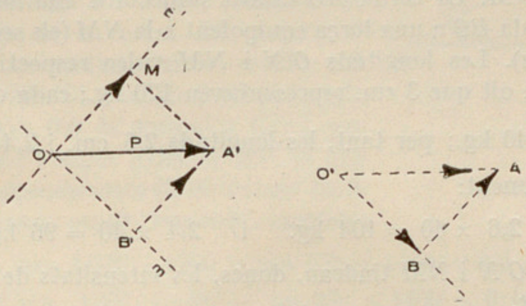


FIG. 19

del punt O de concurs de les direccions donades amb la qual cosa resulta el triangle de forces $OB'A'$ (per a formar-lo basta traçar pel punt A' la paral·lela $A'B'$ a la direcció On). Les components buscades són OB' i la OM equipolent a la força $B'A'$.

Hauríem pogut operar també traçant pel punt A' la paral·lela $A'M$ a la recta Om obtenint el triangle de forces $OA'M$ que resol també el problema.

Exemple: Un pes $P = 120$ kg. (fig. 20) està sospès dels ganxos A i B

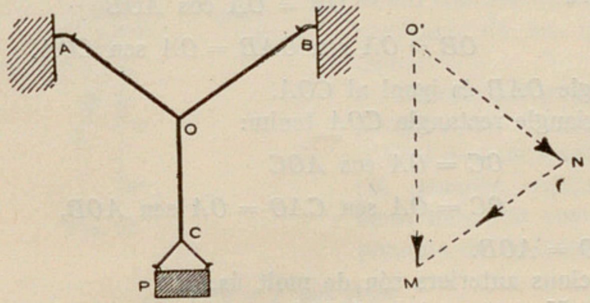


FIG. 20

per mitjà de les cordes CO, OB i OA. Volem saber quines són les forces que fan les cordes AO i BO (prescindint del pes d'aquestes per suposar-lo insignificant davant de P).

Resolució. La força P trasmesa per la corda OC l'haurem de descompondre en les dues direccions OA i OB i trobar les components. Prenem per a representar la força P una longitud $O'M$ igual a 3 cm. El triangle de forces que resol la qüestió és el $O'NM$, que té elsco stats $O'M$, MN i NO' respectivament paral·lels a OC, OB i OA. Les components de P són les forces $O'N$ i NM. La corda AO estarà subjecta a una força equipolent a la $O'N$ i la corda BO a una força equipolent a la NM (els sentits són indicats per les fletxes). Les longituds $O'N$ i NM valen respectivament 2,6 cm. i 2,4 cm. Hem dit que 3 cm. representaven 120 kg.; cada cm. representarà, doncs, $\frac{120}{3} = 40$ kg.; per tant, les longituds 2,6 cm. i 2,4 cm. representaran respectivament:

$$2{,}6 \times 40 = 104 \text{ kg.} \quad \text{i} \quad 2{,}4 \times 40 = 96 \text{ kg.}$$

Les forces $O'N$ i NM tindran, doncs, les intensitats de 104 kg. i 96 kg. respectivament.

29. Es molt freqüent que les dues components d'una força formin angle recte i en aqueix cas és molt fàcil trobar analíticament sa valor. En efecte, siguin (fig. 21) OA la força donada i OB i OC les seves components rectangulars.

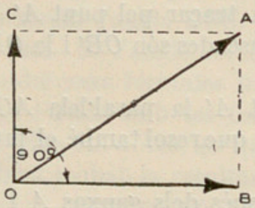


Fig. 21

Sabem per la Trigonometria que en un triangle rectangle un catet és igual a la hipotenusa multiplicada pel sinus de l'angle oposat al catet, o bé pel cosinus de l'angle adjacent al dit catet. En el triangle rectangle AOB tindrem, doncs,

$$OB = OA \cos AOB$$

$$OB = OA \text{ sen } OAB = OA \text{ sen } COA,$$

ja que l'angle OAB és igual al COA.

En el triangle rectangle COA tenim:

$$OC = OA \cos AOC$$

$$OC = OA \text{ sen } CAO = OA \text{ sen } AOB,$$

ja que $CAO = AOB$.

Les relacions anteriors són de molt ús.

Exemple: Un cos que pesa 1400 kg. està col·locat sobre un pa inclinat que forma un angle de 25° amb l'horitzontal (fig. 22). Volem saber quant val la pressió del cos sobre el pla inclinat i quant la força que el fa moure al llarg del pla.

La recta CE és horitzontal i la OA perpendicular a CE representa el pes del cos O. Aquest tendeix a moure's en la direcció Om paral·lela a CD i exerceix sobre el pla una pressió normal d'una direcció OB' perpendicular a la recta CD (que és la línia de màxima pendent del pla). Hem de descompondre doncs la força OA en dues que tinguin les direccions OB i Om, resultant el triangle OAB que té el costat AB paral·lel a la direcció Om, coincidint l'altre costat OB amb la direcció OB'. El triangle OAB té l'angle OBA recte, ja que OB és normal a CD i, per tant, a Om i AB, i l'angle AOB val 25°, ja que té sos costats perpendiculars als de l'angle DCE i dirigits en el mateix sentit. Per tant, tindrem:

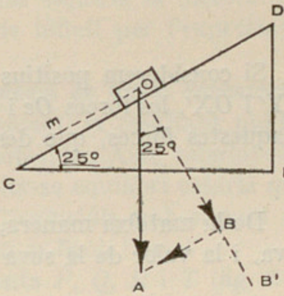


FIG. 22

$$OB = OA \cos AOB = 1400 \times \cos 25^{\circ} = 1400 \times 0{,}9 = 1260$$
$$BA = OA \text{ sen } AOB = 1400 \times \text{sen } 25^{\circ} = 1400 \times 0'423 = 592.$$

La pressió sobre el pla és, doncs, de 1260 kg. i la força que fa lliscar el cos al llarg del pla és de 592 kg.

Hauriem pogut resoldre gràficament el problema. És recomanable fer-ho com exercici.

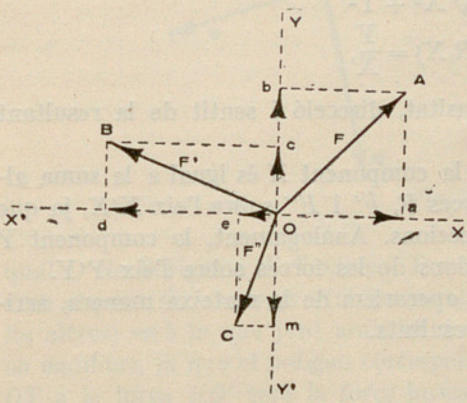


FIG. 23

30. Per trobar analíticament la resultant de diverses forces concurrents podem valer-nos de la descomposició rectangular. En efecte, siguin F, F' i F'' (figura 23) tres forces concurrents la resultant de les quals volem trobar.

Tracem pel punt de concurs O dos eixos rectangulars XX', YY', i descomponguem les forces donades segons les direccions dels dits eixos. Les components de la força F seran:

$$\begin{cases} Oa = F \cos AOa \\ Ob = F \cos AOb \end{cases}$$

Les de la força F' són:

$$\begin{cases} Od = F' \cos BOd \\ Oc = F' \cos BOc \end{cases}$$

i les de la força F'' són:

$$\begin{cases} Oe = F'' \cos COe \\ Om = F'' \cos COm \end{cases}$$

Si considerem positius els sentits OY i OX seran negatius els sentits OY' i OX', les forces Oe i Od seran negatives i la Oa positiva. La resultant d'aquestes forces, que designarem per X, té per valor

$$X = Oa - Oe - Od.$$

De la mateixa manera, les forces Ob i Oc seran positives i la Om negativa, i la valor de la seva resultant, que anomenarem Y, serà:

$$Y = Ob + Oc - Om.$$

Les forces F, F' i F'' equivalen a les seves components i, per tant, a les dues forces X i Y.

La resultant de les forces X, Y serà també la resultant de les forces donades. Coneixent les components rectangulars X, Y de la resultant, trobarem la dita resultant aplicant el que havem dit en el n.º **25**. Tindrem, doncs, si R representa dita resultant:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\text{tg. } (R,X) = \frac{Y}{X},$$

fórmules que fan conèixer la intensitat, direcció i sentit de la resultant buscada.

Observacions. Observeu que la component X és igual a la suma algèbrica de les projeccions de les forces F, F' i F'' sobre l'eix $X'X$, ja que Oa $-Oe$ i $-Od$ són les dites projeccions. Anàlogament, la component Y és la suma algèbrica de les projeccions de les forces sobre l'eix $Y'Y$.

Si les forces fossin més de tres, operaríem de la mateixa manera, arribant a les mateixes conclusions i resultats.

EQUILIBRI

31. Diem que diverses forces aplicades simultàniament a un cos sòlid es fan **equilibri** quan llur conjunt en res no altera o modifica son estat de repòs o de moviment. En particular si el cos està en repòs abans de l'aplicació simultània de les forces, continuarà en el dit estat de repòs després d'aplicades.

32. Es evident que la resultant de diverses forces que es fan equilibri deu ésser nul·la, perquè si tingués alguna valor, el cos estaria sotmès a aquesta força resultant; si el cos estigués en repòs seguiria la direcció de la força, i si estigués en moviment aquest estaria influït per l'expressada resultant.

33. El polígon de forces corresponent a un sistema de forces concurrents en equilibri deu ésser un polígon tancat, ja que essent la resultant nul·la, l'origen i l'extrem del polígon de forces han de coincidir. Així, referint-nos a la fig. 17, perquè les forces P, Q i S poguessin fer-se equilibri caldria que llur resultant $O'C$ fos nul·la, o sia que el punt C coincidís amb el punt O' i, per tant, el polígon de forces $O'ABC$ seria un polígon tancat

Exemple: Donades les quatre forces concurrents P, Q, R i T (fig. 24), trobar la força que junt amb les donades formi un sistema de forces en equilibri.

Per resoldre el problema, traçarem el polígon de forces $O'ABCK$, del

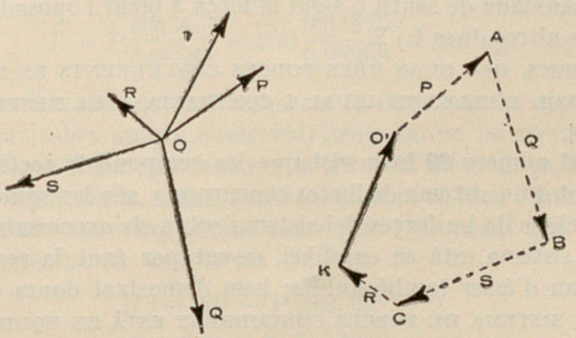


FIG. 24

qual O' és l'origen i K l'extrem. Per tancar el polígon unirem el punt K amb el punt O' i la força KO' (recorreguda en el mateix sentit perifèric que les altres) serà la que junt amb les donades, formarà el sistema de forces en equilibri, ja que el polígon corresponent serà clos o tancat. L'equipolent OT a la força KO' serà la força buscada.

34. Perquè dues forces d'una mateixa direcció puguin equilibrar-se cal que siguin iguals i contràries ja que és la única manera que la seva resultant sigui nul·la.

35. Considerem un triangle $A\ B\ C$ (fig. 25) en el que els tres costats, recorreguts en un mateix sentit perifèric, representin forces. Per un punt O tracem les forces 1, 2 i 3 equipolents als costats del triangle considerat, les quals estaran en equilibri ja que el polígon de forces corresponent és el $A\ B\ C$ i és tancat. Si en el triangle $A\ B\ C$, canviem el sentit d'una qualsevulla de les forces, per exemple de la força 3, la força que obtindrem representarà, com sabem, la resultant de les altres dues, és a dir, que la força 4 equipolent

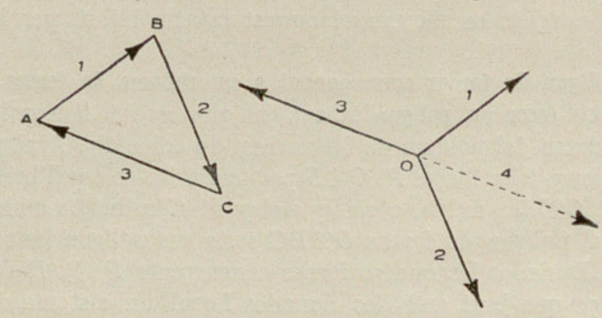


Fig. 25

a la força 3 canviada de sentit o sigui la força 4 igual i oposada 3 serà la resultant de les altres dues 1 i 2.

Veiem, doncs, que QUAN TRES FORCES CONCURRENTS ES FAN EQUILIBRI UNA QUALSEVOL D'ELLES ES IGUAL I CONTRARIA A LA RESULTANT DE LES ALTRES DUES.

36. En el número **30** hem vist que les components rectangulars X, Y de la resultant d'un sistema de forces concurrents, són les sumes algèbriques de les projeccions de les forces del sistema sobre els expressats eixos rectangulars. Si el sistema està en equilibri, essent per tant la resultant nul·la, X i Y tindran d'ésser també nul·les; hem demostrat doncs que:

QUAN UN SISTEMA DE FORCES CONCURRENT ESTÀ EN EQUILIBRI LA SUMA ALGÈBRICA DE LES PROJECCIONS DE LES FORCES SOBRE DOS EIXOS RECTANGULARS HA D'ESSER NULA.

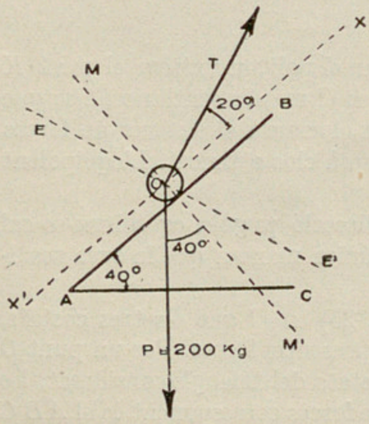


Fig. 26

NO CAL QUE ELS DOS EIXOS SIGUIN RECTANGULARS.

Aquestes dues són les condicions analítiques necessàries i suficients perquè un sistema de forces concurrents estigui en equilibri.

Com que els eixos rectangulars a què es refereix l'anterior són arbitraris, podem dir d'una manera general que:

EN TOT SISTEMA DE FORCES CONCURRENTS EN EQUILIBRI LA SUMA ALGÈBRICA DE LES PROJECCIONS DE LES FORCES, QUE

COMPONEN EL SISTEMA, SOBRE UN EIX QUALSEVOL HA DE VALER ZERO.

Exemple 1: Un cos cilíndric que pesa 200 kg. (fig. 26) està sostingut per mitjà d'un filferro en un pla inclinat de la manera indicada en la figura (en la qual hi ha també marcats els angles corresponents). Es tracta d'averiguar la tensió del filferro i la força que fa el pla contra el cos o sia la **reacció** del pla (reacció normal).

Es evident que la tensió T del filferro, la **reacció** del pla (que té la direcció i sentit OM) i el pes P es fan equilibri.

Prenem un eix $X'X$ paral·lel a la línia AB de màxima pendent del pla inclinat i projectem totes les forces sobre d'ell. La reacció del pla té una projecció nul·la (ja que és normal a la recta AB i per tant a l'eix). La projecció de la tensió T del filferro és $T \cos 20°$, i la del pes, $P \operatorname{sen} 40°$ (ja que l'angle $M'OP$ és igual al CAB). Tindrem doncs:

$$T \cos 20° - P \operatorname{sen} 40° = 0$$

d'on
$$T = P \frac{\operatorname{sen} 40°}{\cos 20°} = 200 \frac{0{,}64279}{0{,}93969} = 137 \text{ kg.}$$

Per a trobar la valor, que anomenarem R, de la reacció del pla (com que podem projectar sobre un eix qualsevol) projectarem les forces en equilibri sobre la direcció $E'E$ perpendicular a la direcció de la força T, a fi que la projecció de T sigui nul·la. L'angle MOE val, com és fàcil veure, 20° i l'angle POE' val $40° + 20° = 60°$. Projectant sobre EE' i recordant que T no té projecció, resulta (tenint en compte els sentits):

$$R \cos 20 - P \cos 60° = 0$$

per tant:
$$R = P \frac{\cos 60°}{\cos 20°} = 200 \frac{0{,}50000}{0{,}93969} = 106 \text{ kg.}$$

La tensió del filferro és de 136 kg. i la reacció del pla (igual i contrària a la pressió del cos sobre el pla) és de 106 kg.

Per resoldre aqueix problema gràficament consideraríem la força P i per sos extrems traçaríem rectes paral·leles a les direccions OM i OS que són les direccions de la reacció del pla i de la tensió del filferro. Quedant format un triangle els costats del qual, recorreguts en el sentit perifèric que té la força P, donarien les forces equipolents a les forces buscades. Feu-ho com a exercici.

Exemple 2: Un pes $P = 800$ kg. és aguantat de la manera indicada en la figura 27 per mitjà d'una vigueta i un tirant. Quina és la compressió de la vigueta i quina la tensió del tirant?

En el punt O es fan equilibri la força P, la tensió T del tirant i la compressió R de la vigueta que obra en el sentit marcat en la figura.

Abans de calcular les valors de les incògnites R i T hem de calcular l'angle BOA. Per això, en el triangle ABO tenim:

$$\text{tg } BOA = \frac{BA}{BO} = \frac{800}{2000} = 9{,}4$$

d'on resulta $$BOA = 21^{\circ}\ 48'$$

Per calcular T projectarem les forces P, R i T sobre la vertical que passa pel punt o a fi que la força R tingui una projecció nul·la, i tindrem:

$$T \text{ sen } 21^{\circ}\ 50' - P = 0$$

d'on $$T = \frac{P}{\text{sen } 21^{\circ}\ 48'} = \frac{800}{0{,}37137} = 2154 \text{ kg.}$$

Per obtenir la valor de R projectarem les forces sobre la recta MM' perpendicular a la direcció de la força T, a fi que la projecció d'aquesta força

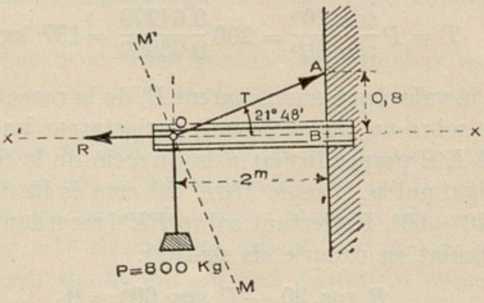


FIG. 27

sigui nul·la. Es fàcil veure que l'angle MOP és igual al BOA i que el $M'OR$ és complementari del BOA (ja que l'angle $M'OT$ és recte). Tindrem doncs:

$$R \cos 68^{\circ}\ 12' - P \cos 21^{\circ}\ 48' = 0$$

d'on $$R = \frac{P \cos 21^{\circ}48'}{\cos 68^{\circ}12'} = \frac{800 \times 0{,}92849}{0{,}37137} = 2000 \text{ kg. aprox.}$$

La tensió del tirant és de 2154 kg. i la compressió de la vigueta de 2000 kg.

Podríem resoldre el problema gràficament i per això començaríem per fer la figura 27 a escala a fi de tenir coneguda la direcció OA. Construiríem el triangle de forces del qual coneixem el costat equipolent a la força P i les direccions OA i OB dels altres dos costats, els quals, recorreguts en el mateix sentit perifèric que la força P, fan conèixer les valors de T i R. Feu-ho com a exercici.

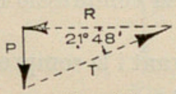


FIG. 28

Podriem resoldre aquest problema d'altra manera més senzilla. En efecte, el triangle de forces és rectangle (fig. 28) i per tant tenim:

$$T = \frac{P}{\text{sen } 21^o48'} = \frac{800}{0{,}37137} = 2154$$

$$R = \frac{P}{\text{tg } 21^o48'} = \frac{800}{0{,}4} = 2000 \text{ kg.}$$

Aquesta resolució és preferible a l'anterior per ésser molt més ràpida. Abans de procedir a la resolució d'un problema caldrà sempre escollir el mètode més convenient pel cas que es tracti a fi de fer el menor nombre de càlculs, estalviant temps i suprimint causes d'error.

Observació important. Pels que no tinguin gran seguretat en els càlculs són sempre preferibles les solucions gràfiques, puix que són les més fàcils i segures, tenint quasi bé sempre suficient aproximació per la pràctica i essent per tant en aqueix cas les preferides.

MECÀNICA

PRIMERA PART

PROBLEMES

1. Quina diferència hi ha entre els cossos sòlids, líquids i gasosos?

2. Representar les forces f = 12 kg, f′ = 7,6 kg, f″ = 19,6 kg i f‴ = 10 kg a una escala de 100 mm per 50 kg.

3. Quina és la resultant de cinc forces de 25, 182, 17, 92 i 105 kg, respectivament, de les quals són positives les dues primeres i negatives les restants?

4. El cos *C* (fig. 1), que pesa 500 kg, està suspès d'una corda. *a)* Quina força haurà d'ésser aplicada horitzontalment al punt *B* per aixecar el pes de 40 cm? *b)* A quin esforç estarà sotmesa la corda *A B*?

Resoldre el problema gràficament, adoptant una escala de 1 mm per 10 kg i 1 mm per 100 mm.

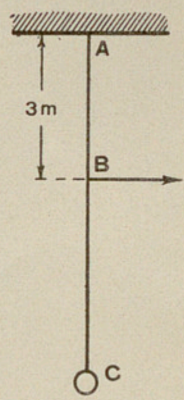


FIG. 1

5. Calcular algèbricament les forces a què estan sotmeses les cordes *O B* i *O A*, i el puntal *O C* de la fig. 2.

6. Damunt un pla inclinat, que fa un angle de 32° amb l'horitzontal, es troba un cos que pesa 150 kg. Calcular la tensió del filferro que l'aguanta fent un angle de 15° amb el pla, i la reacció del pla.

7. Suposem que a la fig. 20 del text la distància *A B* és de 3 m, i que volem suspendre el cos *P*, que pesa 200 kg, primer amb una corda de 4,5 m de longitud i després amb una de 5 m. Determinar l'esforç a què estaran sotmeses les dues cordes: *(a)* quan el cos estigui lligat al mig de les cordes; *(b)* quan estigui lligat a 2 m d'un extrem de les cordes. Resoldre el problema gràficament.

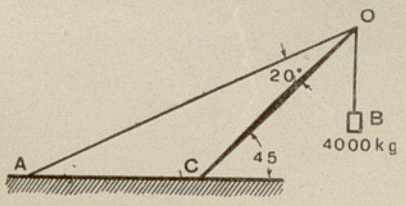


FIG. 2

8. Quan diem que dues o més forces són concurrents?

9. Descompondre una força de 60 kg en dues components rectangulars que estiguin en la relació de 2 a 3.

10. Calcular algèbricament la resultant de dues forces concurrents rectangulars que valen respectivament 15 i 32 kg.

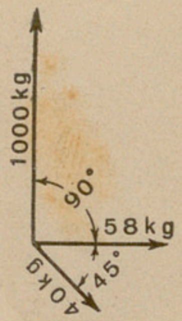


FIG. 3

11. Calcular algèbricament l'angle que en el problema 9 farà cada una de les components amb la resultant.

12. Descompondre gràficament una força de 48 kg en dues components rectangulars, la valor d'una de les quals sigui 25 kg.

13. Traçar tres forces concurrents de 12, 20 i 25 kg respectivament, de manera que s'equilibrin.

14. Dues forces concurrents de 90 i 55 kg respectivament, fan entre elles un angle de 110°. Calcular algèbricament la resultant, i l'angle que aquesta farà amb cada component.

15. Què vol dir compondre dues forces, i què descompondre una força?

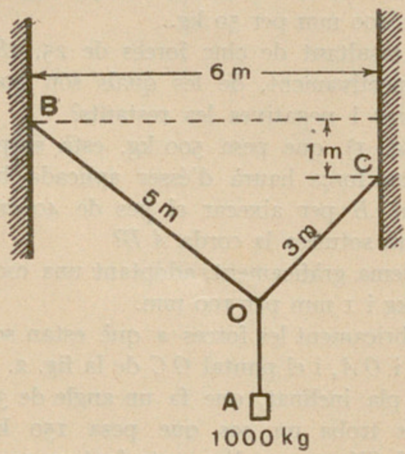


FIG. 4

16. Trobar gràficament la força que fa equilibri a les de la fig. 3.

17. Trobar gràficament les forces a què estan sotmeses les cordes OA, OB i OC (fig. 4).