Mancomunitat de Catalunya

EXTENSIO D'ENSENYAMENT TECNIC

E·E·T

TEXT N.º 3

ARITMETICA

PART III

Carrer d'Urgell 187 Barcelona

ARITMÈTICA

TERCERA PART

FRACCIONS DECIMALS

1. Anomenem fraccions decimals aquelles que tenen per denominador un nombre constituït per la unitat seguida de zeros, com $\frac{1}{10}$, $\frac{29}{100}$, $\frac{315}{1000}$, etcètera.

Les fraccions decimals poden ésser escrites de diferents maneres:

$\frac{1}{10}$ és escrita també 0,1

$\frac{2}{100}$ » » 0,02

$\frac{3}{1000}$ » » 0,003

$3 + \frac{1}{10}$ » » 3,1

$5 + \frac{2}{100}$ » » 5,02

Els nombres escrits en aquesta última forma són anomenats *nombres decimals*.

Dels exemples anteriors es dedueix:

1.r, que la part entera és escrita a l'esquerra i separada de la fraccionària o decimal per una coma o per un punt volat, així 3,2 o bé 3·2.

2.n, que en el primer lloc, a la dreta de la coma, són escrites les *dècimes* de la unitat; en el segon, les *centèsimes*; en el tercer, les *mil·lèsimes;* etc. D'això resulta que així com les xifres col·locades a l'esquerra de la que representa les unitats simples tenen una valor igual a l'absoluta del guarisme *multiplicada* per 10, 100, 1000, els guarismes col·locats a la dreta de les unitats simples valen la seva valor absoluta *dividida* per 10, 100, 1000, etc., seguint un ordre igual i invers al de les quantitats enteres. Així, les xifres escrites després de la coma no fan sinó continuar la sèrie de les que hi ha abans, en què cada lloc representa unitats *deu* vegades majors que les del lloc immediat de la seva dreta.

Les xifres de la dreta i de l'esquerra de la coma decimal del nombre 5273,426, per exemple, tindran, doncs, les valors indicades a continuació :

5	milers	5 × 1000
2	centenes	2 × 100
7	desenes	7 × 10
3,	unitats	3 × 1 ; 3 : 1
4	dècimes	4 : 10
2	centèsimes	2 : 100
6	mil·lèsimes	6 : 1000

Per llegir els nombres decimals seguirem la regla següent:

ELS NOMBRES DECIMALS SÓN LLEGITS COM SI FOSSIN ENTERS, DIENT IMMEDIATAMENT DESPRÉS, L'ORDRE DECIMAL A QUÈ PERTANY LA DARRERA XIFRA SIGNIFICATIVA.

És clar que el nombre que conté part decimal serà llegit anomenant primer la part entera, i seguidament la part decimal, seguint la regla donada abans.

Així, el nombre de l'exemple és llegit : *cinc mil dos cents setanta tres enters, amb quatre cents vint-i-sis mil·lèsimes.*

Altre nombre, com el 12,1205, serà llegit dient : *dotze enters, amb mil dues centes cinc deumil·lèsimes.* Correntment és suprimida la paraula *enters,* i el nombre és llegit així : *dotze, amb mil dues centes cinc deumil·lèsimes.*

0,1257532, serà llegit : *zero, amb un milió dues centes cinquanta set mil, cinc centes trenta dues deumilionèsimes.* També és freqüent suprimir la paraula *zero,* i el nombre anterior és llegit : *un milió dues centes cinquanta set mil, cinc centes trenta dues deumilionèsimes.*

El nombre 2,00052 serà llegit : *dos, amb cinquanta dues centmil·lèsimes.*

Les fraccions que estudiem són anomenades *decimals* perquè, comptant d'esquerra a dreta, la valor relativa de les seves xifres va essent una dècima de l'anterior, i, per tant, cada dècima té *deu centèsimes*; cada centèsima, *deu mil·lèsimes*; cada mil·lèsima, *deu deumil·lèsimes*; cada deumil·lèsima, *deu centmil·lèsimes*, etc.

En l'escriptura de decimals cal tenir en compte que quan en una quantitat decimal falta algun dels ordres havem d'omplir el lloc buit amb zero.

Exemples : El nombre *dos, amb cent quatre deumil·lèsimes*, serà escrit:

2,0104,

dos, amb vuit milionèsimes, serà escrit :

2,000008.

2.. Sabent que 1 dècima equival a 10 centèsimes, tindrem:

$$0,1 = 0,10.$$

Sabent que cada centèsima equival a 10 mil·lèsimes, tindrem:

$$0,10 = 0,100$$

De la mateixa manera veiem que:

$$0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,5000 = 0,50000, \text{ etc., etc.}$$

Això significa que

La valor d'un decimal no s'altera afegint o traient zeros a la dreta de les xifres significatives.

3. EXERCICIS

Llegir els nombres següents:

a) 3,1003	*c)* 5,00031	*e)* 0,060003	*g)* 25,20400
b) 2,03072	*d)* 40,000050	*f)* 131,131	*h)* 1228,076004

Escriure les quantitats següents:

i) Cinc enters, amb vint-i-sis centèsimes.
j) Trenta sis deumil·lèsimes.
k) Dues centes trenta milionèsimes.
l) Cent quatre enters, amb dues centes mil, quaranta milionèsimes.
m) Dues mil, cinquanta tres deumilionèsimes.

SUMA DE DECIMALS

4. Sumarem els decimals com els enters, col·locant les dècimes dessota les dècimes, les centèsimes dessota les centèsimes, etc., de manera que les comes formin columna.

Exemple:

$$\begin{array}{r} 20{,}224 \\ 525{,}1032 \\ 1{,}004 \\ 40123{,}000317 \\ \hline 40669{,}331517 \end{array}$$

Per sumar decimals, els col·locarem de manera que les comes s'escaiguin en columna. Els sumarem com si fossin enters i escriurem la coma de la suma dessota la columna de les comes dels sumands.

EXERCICIS

a) $31{,}5403 + 2{,}50052 + 103{,}0041 + 2{,}129$
b) $90{,}3058 + 2124{,}003 + 5012{,}69134 + 3{,}00005$
c) $5{,}101 + 9200{,}00301 + 5{,}001 + 231 + 0{,}50$
d) $0{,}60 + 3{,}05 + 60{,}305 + 0{,}00039 + 32120$

RESTA DE DECIMALS

5. Restarem els decimals com els enters col·locant, de la mateixa manera que en la suma, les comes l'una dessota l'altra.

Exemples:

$$\begin{array}{r} 106{,}32 \\ -\ 21{,}24 \\ \hline 85{,}08 \end{array}$$

En l'exemple següent, en què el minuend té més xifres decimals que el subtrahend,

$$24{,}062 - 7{,}25$$

afegirem al subtrahend tants zeros com calgui per igualar el nombre de xifres del minuend :

$$\begin{array}{r} 24{,}062 \\ -\ 7{,}250 \\ \hline 16{,}812 \end{array}$$

Si el subtrahend té més xifres que el minuend, com per exemple

$$12{,}35 - 9{,}125$$

afegirem els zeros necessaris al minuend :

$$\begin{array}{r} 12{,}350 \\ -\ 9{,}125 \\ \hline 3{,}225 \end{array}$$

L'exemple següent es refereix al cas en què el minuend no té decimals i el subtrahend sí:

$$215 - 150{,}35$$

En aquest cas afegirem zeros decimals o els suposarem afegits a continuació de la part entera :

$$\begin{array}{r} 215{,}00 \\ -\ 150{,}35 \\ \hline 64{,}65 \end{array}$$

Del que havem exposat es desprèn la regla següent:

PER RESTAR DECIMALS COL·LOCAREM EL MINUEND I EL SUBTRAHEND DE MANERA QUE LES COMES ES CORRESPONGUIN EN COLUMNA. RESTAREM COM SI FOSSIN ENTERS I COL·LOCAREM LA COMA A LA RESTA DESSOTA LES ALTRES COMES.

6. EXERCICIS

a) 305,225 — 175,346
b) 210,0304 — 81,135
c) 436,000155 — 420,1493
d) 91,55 — 39,1595
e) 125,10 — 14,0395
f) 1234 — 256,3525

MULTIPLICACIÓ DE DECIMALS

7. Sabem que la multiplicació, per la definició que n'havem donada, és una suma abreujada; que 3 dècimes multiplicades per 3 són 9 dècimes:

$$0{,}3 \times 3 = 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}3 = 0{,}9$$

5 dècimes multiplicades per 3 donen 15 dècimes; 15 dècimes es componen de 1 enter i 5 dècimes, de manera que

$$0{,}5 \times 3 = 1{,}5.$$

Ja sabem que l'ordre dels factors no altera el producte, i, per tant, 3 multiplicat per 0,5 donaria el mateix resultat : 1,5.

La regla serà, doncs, la següent:

PER MULTIPLICAR UN NOMBRE DECIMAL PER UN ENTER, O A L'INREVÉS, MULTIPLICAREM PRESCINDINT DE LA COMA. EN EL PRODUCTE SEPARAREM, COMENÇANT PER LA DRETA, TANTES XIFRES DECIMALS COM EN TINGUI EL DECIMAL.

Exemples:

$$\begin{array}{r} 3{,}225 \\ \times\ 2 \\ \hline 6{,}450 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 631 \\ \times\ 1{,}5 \\ \hline 3155 \\ 631 \\ \hline 946{,}5 \end{array}$$

8. Per compendre com cal multiplicar dues fraccions decimals, observem els exemples següents, tenint en compte la regla donada per a la multiplicació de fraccions (ARITMÈTICA, II, n.º 29):

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{6}{100}, \text{ o sigui } 0{,}3 \times 0{,}2 = 0{,}06$$

$$\frac{4}{10} \times \frac{2}{100} = \frac{8}{1000}, \text{ o sigui } 0{,}4 \times 0{,}02 = 0{,}008$$

$$\frac{2}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{4}{10000}, \text{ o sigui } 0{,}02 \times 0{,}02 = 0{,}0004$$

Podrem dir, doncs:

PER MULTIPLICAR UN DECIMAL PER UN ALTRE, MULTIPLICAREM COM SI FOSSIN ENTERS I SEPARAREM DEL PRODUCTE, COMENÇANT PER LA DRETA, TANTES XIFRES DECIMALS COM EN TENEN EL MULTIPLICAND I EL MULTIPLICADOR JUNTS.

Exemple :

```
      53,25
   × 12,25
   --------
      26625
     10650
    10650
    5325
   --------
   652,3125
```

9. El producte pot tenir menys xifres significatives que les que han d'ésser decimals, com en el cas següent :

```
  0,25
  0,15
  ----
   125
   25
  ----
0,0375
```

aquí el producte és 375; però com que havem de separar quatre xifres decimals i el producte sols en té tres, afegirem un zero a l'esquerra del nombre perquè 375 pugui tenir quatre xifres decimals, convertint-se en deumil·lèsimes.

En l'exemple següent,

```
   0,015
   0,003
--------
0,000045
```

haurem d'afegir quatre zeros a l'esquerra de la part decimal perquè el producte 45 pugui tenir sis xifres decimals representant milionèsimes.

QUAN EL PRODUCTE NO TÉ PROU XIFRES SIGNIFICATIVES PER A EXPRESSAR L'ORDRE QUE LI CORRESPON, LI AFEGIREM A L'ESQUERRA ELS ZEROS QUE SIGUIN NECESSARIS PERQUÈ EL NOMBRE DE XIFRES DECIMALS DEL PRODUCTE SIGUI IGUAL A LA SUMA DE LES XIFRES DECIMALS DELS FACTORS.

Havem d'advertir que això faríem si seguíssim el procediment enfadós i no gens pràctic d'escriure tots els productes per zero. L'operació anterior es convertiria, aleshores, en la següent:

$$\begin{array}{r} 0{,}015 \\ 0{,}003 \\ \hline 0045 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0\,000 \\ \hline 0{,}000045 \end{array}$$

10. EXERCICIS

a) 30,25 × 15
b) 321,035 × 21
c) 500 × 2,35
d) 235 × 0,1225
e) 14,355 × 2,251
f) 40,03 × 5,1036
g) 67,13004 × 3,0005
h) 0,0045 × 0,00022

11. Observant la multiplicació de decimals per un nombre format per la unitat seguida de zeros, veiem que (Aritmètica, II, n.º 28) :

$$\frac{2}{10} \times 10 = \frac{20}{10} = 2 \quad \text{o sigui } 0{,}2 \times 10 = 2{,}0$$

$$\frac{2}{10} \times 100 = \frac{200}{10} = 20 \quad \text{o sigui } 0{,}2 \times 100 = 20$$

Els exemples anteriors ens fan compendre la regla següent:

Per multiplicar un decimal per 10, 100, 1000, 10 000, etc., farem córrer la coma cap a la dreta tants llocs com zeros acompanyen la unitat.

Exemples:

25,03 × 10 = 250,3
13,25 × 100 = 1325
41,5 × 1000 = 41 500

12. EXERCICIS

a) 0,31 × 10
b) 6,05 × 100
c) 0,566 × 100
d) 0,3312 × 1000
e) 0,5 × 1000

DIVISIÓ DE DECIMALS

13. Per dividir un nombre decimal per un enter procedirem d'una manera molt semblant a la divisió de dos enters.

Per exemple, en la divisió de 24,5 per 5, direm : 24 : 5 = 4, quedant 4 unitats com a residu. Reduïm aquestes unitats a dècimes i es convertiran en 40 dècimes. Sumant ara aquestes 40 dècimes amb les 5 dècimes restants del divisor resultaran 45 dècimes; 45 dècimes dividides per 5 són 9 dècimes. El quocient serà, doncs, 4,9 com veiem en la següent operació completa:

$$
\begin{array}{l|l}
24{,}5 & 5 \\ \cline{2-2}
\underline{20} & 4{,}9 \\
45 & \\
\underline{45} & \\
0 &
\end{array}
$$

Fent altres divisions semblants serà compresa la següent regla:

PER DIVIDIR UN DECIMAL PER UN ENTER, DIVIDIREM COM SI AMBDÓS FOSSIN ENTERS. EN BAIXAR LA PRIMERA XIFRA DECIMAL POSAREM EN EL QUOCIENT LA COMA DECIMAL.

Exemple :

$$
\begin{array}{l|l}
214{,}276 & 5 \\ \cline{2-2}
\underline{20} & 42{,}8552 \\
14 & \\
\underline{10} & \\
42 & \\
\underline{40} & \\
27 & \\
\underline{25} & \\
26 & \\
\underline{25} & \\
10 &
\end{array}
$$

Dividirem de la manera següent : Separarem del dividend les dues primeres xifres, per ésser aquest període suficient per a dividir-lo per 5, i direm: 21 partit per 5, cap a 4; 5 × 4 = 20, a 21 en va 1 i, baixem el 4; 14 dividit per 5 cap a 2; 2 × 5 = 10, a 14 en van 4, i baixem el 2. IMMEDIATAMENT POSAREM LA COMA DECIMAL EN EL QUOCIENT i continuarem la divisió en la forma ordinària, i direm, 42 a 5, cap a 8; 5 × 8 = 40, a 42 en van 2,... etc.

Pot succeir, també, que la part entera del dividend sigui més petita que el divisor, en el qual cas procedirem d'una manera en tot semblant a la que havem dit, per exemple:

```
5,1327 | 8
48     |________
——       0,6415
 33
 32
 ——
  12
   8
  ——
   47
   40
   ——
    7
```

En aquest cas començarem la divisió de la manera següent : 5 a 8, no cap, posarem zero en el quocient, afegirem el 1, i ESSENT AQUEST DECIMAL, POSEM IMMEDIATAMENT LA COMA EN EL QUOCIENT, i direm, 51 a 8, cap a 6; 6 × 8 = 48, a 51 en van 3, i baixem el 3... i seguint així com en el cas anterior.

En aquest cas deixem la divisió quan el residu és 7; igualment hauríem pogut continuar-la si haguéssim volgut més gran aproximació, ja que pel que havem dit (núm. 2) podem suposar que després del 7 del divisor hi ha un nombre indefinit de zeros, i baixant el primer d'aquestes, diríem, 70 a 8, cap a 8; 8 × 8 = 64, a 70 en van 6, i seguint així veurem que podem arribar al quocient exacte, el qual serà:

0,6415875.

14. Observant les operacions següents,

$$2 : 10 = 0{,}2;\ \frac{2}{10} : 10 = 0{,}2 : 10 = 0{,}02$$

$$25 : 100 = 0{,}25;\ \frac{25}{100} : 100 = 0{,}25 : 100 = 0{,}0025$$

$$125 : 1000 = 0{,}125;\ \frac{125}{1000} : 1000 = 0{,}125 : 1000 = 0{,}000125$$

deduirem la següent regla:

PER DIVIDIR UN NOMBRE ENTER O DECIMAL PER 10, 100, 1000, ETC., FAREM CÓRRER LA COMA TANTS LLOCS CAP A L'ESQUERRA COM ZEROS ACOMPANYEN LA UNITAT.

Exemples:

5; 0,12; 63,13; 70,025 dividits per 10 es converteixen en

0,5; 0,012; 6,313; 7,0025

i dividits per 100 es converteixen en

0,05; 0,0012; 0,6313; 0,70025.

15. Sabem que no s'altera la valor d'un trencat en multiplicar numerador i denominador per un mateix nombre o, el que és igual, que una divisió no altera sa valor en multiplicar el dividend i divisor per un mateix nombre. Així,

12 : 2 és igual a 120 : 20 i també a 1200 : 200.

Si volem fer l'operació 25 : 0,5 multiplicarem ambdós termes per 10, i tindrem:

250 : 5 = 50.

Si volem dividir 2,50 per 0,05, multipliquem ambdós termes per 100, i tindrem:

250 : 5 = 50.

Després del que havem exposat serà ben compresa la regla següent:

PER DIVIDIR UN ENTER PER UN DECIMAL O UN DECIMAL PER UN DECIMAL, MULTIPLICAREM EL DIVIDEND I EL DIVISOR PER UN MATEIX NOMBRE FORMAT PER LA UNITAT SEGUIDA DE ZEROS, DE TAL MANERA QUE EL DIVISOR QUEDI CONVERTIT EN UN ENTER. AQUESTA MULTIPLICACIÓ CONSISTIRÀ A FER CÓRRER LA COMA EN EL DIVIDEND DE TANTS LLOCS COM CAL FER-LA CÓRRER EN EL DIVISOR PER DEIXAR-LO CONVERTIT EN UN NOMBRE ENTER.

Exemple: 326,57 : 2,5

Perquè el divisor quedi convertit en un enter cal multiplicar per 10, fent córrer les comes decimals un lloc cap a la dreta, amb la qual cosa la divisió es transforma així:

3265,7 : 25

Si la divisió fos, per exemple,

$$6{,}2 : 0{,}0552$$

multiplicaríem per deu mil, o sigui, faríem córrer les comes quatre llocs. En el dividend, després de suprimir la coma, afegirem tres zeros.

Així, quedarà

$$62\,000 : 552$$

16. Coneixent la divisió de decimals, podem dividir un nombre per un altre de major, com, per exemple, el cas de dividir 2 unitats entre 5.

Per repartir aquestes unitats les havem de convertir abans en dècimes, amb la qual cosa l'operació 2 : 5 es converteix en la següent:

$$\begin{array}{l|l} 20 \text{ dècimes} & 5 \\ \cline{2-2} & 4 \text{ dècimes, o bé, } 0{,}4 \end{array}$$

Per repartir 3 unitats entre 4, les reduirem també a dècimes. Però 30 dècimes no poden ésser repartides exactament entre 4. Aleshores les convertirem en centèsimes.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 4 \\ \cline{2-2} \underline{28} & 75 \text{ centèsimes, o bé, } 0{,}75 \\ 20 & \end{array}$$

En la pràctica procedirem de la manera següent:
Si volem dividir 3 per 8 farem

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \cline{2-2} 60 & 0{,}375 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Aquí direm : 3 partit per 8, no cap; escriurem zero al quocient i immediatament posarem la coma; afegirem ara un zero al dividend, i direm, 30 : 8, cap a 3; 3 × 8 = 24, a 30 en van 6; afegirem a aquest nombre un altre zero, i direm, 60 : 8, cap a 7; 7 × 8 = 56, a 60 en van 4; afegint un altre zero, direm 40 : 8, cap a 5; 5 × 8 = 40, a 40 va zero.

Com veiem, el nombre de xifres decimals és igual al nombre de zeros que havem afegit. Un al 3, un al 6 i un al 4, total tres zeros.

PER DIVIDIR UN NOMBRE PER UN ALTRE DE MAJOR, AFEGIREM UN ZERO A CADA DIVIDEND PARCIAL I SEPARAREM DEL QUOCIENT TANTES XIFRES DECIMALS COM ZEROS HAVEM AFEGIT.

17. En les divisions inexactes, queda un residu que podem expressar en forma de trencat. Per exemple, en la divisió 30 : 7 el residu és 2 i el resultat es $4 + \frac{2}{7}$. Però en la pràctica és costum continuar la divisió afegint zeros als dividends parcials, com havem vist anteriorment, i obtenir així el resultat

```
30 | 7
20   4,2857142
 60
  40
   50
    10
     30
      20
```

18. En la divisió anterior no podem obtenir un quocient exacte perquè, com veiem, les xifres del quocient anirien repetint-se en el mateix ordre a partir del 1. Aquestes fraccions són anomenades *fraccions periòdiques*.

En casos semblants cal decidir on havem de terminar la divisió : si a les centèsimes, mil·lèsimes, deumil·lèsimes, etc. Si calculem únicament les centèsimes, i la xifra de les mil·lèsimes fos 5 o bé major que 5, per arribar a un resultat més aproximat augmentarem la centèsima d'una unitat.

En l'exemple anterior, si volguéssim calcular fins a les mil·lèsimes, escriuríem el quocient 4,286 en lloc de 4,285, perquè la xifra 7 que segueix al 5 és major que 5.

QUAN LA XIFRA SEGÜENT A AQUELLA QUE VOLEM APROXIMAR ÉS 5 O MÉS DE 5, AUGMENTAREM AQUESTA D'UNA UNITAT.

19. EXERCICIS

a)	203,675 : 26		*e)*	725,946 : 100	
b)	2548 : 75,235		*f)*	229 : 100	
c)	39 : 0,004		*g)*	524,55 : 25,75	
d)	604,5 : 10		*h)*	63 : 75	

REDUCCIÓ DE TRENCATS A DECIMALS

20. Sabent dividir un nombre per un altre, sabrem reduir trencats a decimals.

$\frac{3}{4}$ serà reduït a decimal de la manera següent:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array} \qquad \frac{3}{4} = 0{,}75$$

PER REDUIR UN TRENCAT A DECIMAL DIVIDIREM EL NUMERADOR PEL DENOMINADOR.

21. Seguint aquest procediment podríem trobar un trencat que no donés divisió exacta.

En aquest cas direm que la divisió prové d'un trencat irreductible a sistema decimal, i sols podrem representar la seva valor aproximadament.

Cal que tinguem un concepte clar de la IRREDUCTIBILITAT.

Una quantitat pot sempre ésser partida exactament en un nombre de parts iguals, per exemple, 2 metres poden sempre ésser dividits en 3 parts iguals, és a dir, que el trencat $\frac{2}{3}$ és susceptible d'ésser executat. Però irreductibilitat no vol dir la condició de no poder fer la divisió, vol dir que cada una de les parts que resulten no pot ésser representada exactament usant la nostra numeració decimal.

En practicar la divisió decimal de 2 metres partits en 3 parts, tindrem

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \cline{2-2} 20 & 0{,}666 \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

Per dividir, ens cal, doncs, reduir els metres a decímetres, i veiem que cada una de les tres parts tindrà 6 decímetres de llargada i en sobren 2. Aquests decímetres els reduirem a centímetres, i veurem que d'aquests n'han d'entrar 6 a cada part, i si anem seguint la divisió veurem que sempre en queden dos, que convertits en 20 parts i dividides per 3 caben a 6, de manera que veiem evidentment en aquest cas, com en el del núm. 16, que no és possible arribar a representar cada una d'aquestes parts amb el sistema decimal d'una manera exacta.*

22. La reducció de trencats a decimals ens porta a considerar algunes equivalències útils de conèixer entre certs trencats i els decimals corresponents.

$$\frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad \frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}333 \qquad \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Convé retenir de memòria les equivalències anteriors.

23. Així com podem convertir trencats a decimals, també podem reduir decimals a trencats.

0,5, per exemple, significa 5 dècimes parts; és a dir que d'una unitat dividida en 10 parts, en prenem 5.

0,5 serà, doncs, igual a $\frac{5}{10}$, i simplificant-lo, tindrem :

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

De la mateixa manera, veuríem que

$$0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

Per convertir un decimal a trencat ordinari col·locarem la part decimal en el lloc del numerador i posarem per denominador la unitat seguida de tants zeros com xifres té la part decimal, i simplificarem el trencat resultant tant com sigui possible.

24. EXERCICIS

Reduir els següents trencats a decimals :

a) $\frac{13}{14}$ *b)* $\frac{20}{1000}$ *c)* $\frac{1000}{15}$

* Això que, en aquest cas, pot semblar defecte del sistema decimal, no ho és, puix podem pendre tantes xifres com volguem i expressar la divisió amb un grau tal d'aproximació que superi de molt les necessitats de la pràctica.

Reduir els següents decimals a trencats :

d) 0,55 *e)* 0,250 *f)* 0,05 *g)* 0,075 *h)* 0,2125

OPERACIONS INDICADES

25. Quan ens trobem davant d'operacions indicades, entre les quals sols hi ha sumes i restes, aquestes operacions poden ésser efectuades en qualsevol ordre. Així:

$$\left.\begin{array}{r} 20 + 4 + 5 - 3 \\ 4 + 20 - 3 + 5 \\ 5 - 3 + 4 + 20 \end{array}\right\} \text{ sempre és igual a } 26$$

26. Si entre les operacions indicades hi ha, no sols sumes i restes, sinó també multiplicacions, aquestes han d'ésser fetes abans que les sumes i restes, perquè d'altra manera podem obtenir valors molt diferents dels que corresponen a una interpretació justa. En efecte, si en l'expressió

$$20 \times 3 + 4 \times 5$$

verifiquem primer la suma de $3 + 4 = 7$, tindrem una valor falsa, que serà

$$20 \times 7 \times 5 = 700$$

i, en canvi, verificant primer les multiplicacions $20 \times 3 = 60$ i $4 \times 5 = 20$, obtenim la veritable, que és

$$60 + 20 = 80$$

Direm, doncs:

LES OPERACIONS DE MULTIPLICACIÓ QUE ES TROBEN ENTRE ELS SIGNES D'ADDICIÓ O SOSTRACCIÓ HAN D'ÉSSER REALITZADES ABANS DE FER LES SUMES O RESTES.

27. Quan entre les operacions indicades hi ha també divisions, hom curarà de no expressar-les amb el signe : , sinó en forma de trencat, car, d'altra manera, les valors de les expressions podrien ésser preses de molt distintes maneres.

Per exemple, si l'expressió

$$7 + 20 \times \frac{10}{4} \times \frac{6}{12} - 3$$

l'exposàvem així,

$$7 + 20 \times 10 : 4 \times 6 : 12 - 3$$

podria suposar-se esdevinguda de l'expressió següent:

$$7 + \frac{\frac{20 \times 10}{4 \times 6}}{12 - 3}$$

o d'altres, la valor de les quals serà diferent de la que tingui la primera expressió.

28. De tot el que havem dit abans, deduirem que :

EL PROCEDIMENT PRÀCTIC PER EFECTUAR LES OPERACIONS INDICADES D'UNA EXPRESSIÓ, ÉS : COMENÇAR PER EFECTUAR LES MULTIPLICACIONS, DESPRÉS LES DIVISIONS I DESPRÉS LES SUMES I RESTES.

29. En molts casos és freqüent trobar operacions indicades tancades dins d'un parèntesi, com en l'exemple següent:

$$5 \times (20 - 8)$$

i, aleshores, havem de tenir molt present que:

QUAN ES TROBEN OPERACIONS INDICADES TANCADES DINS D'UN PARÈNTESI, CAL SEMPRE REALITZAR AQUESTES ABANS QUE TOTES LES ALTRES DE FORA DEL PARÈNTESI.

En l'exemple anterior cercarem primer la valor de 20 — 8, que es 12, i tindrem

$$5 \times (20 - 8) = 5 \times 12 = 60$$

i no

$$5 \times 20 - 8 = 100 - 8 = 92.$$

30. EXERCICIS

Verificar les operacions següents :

a) $2 + 6 \times 3 - 4 + \frac{10}{5} + 31$

b) $5 \times 4 + \frac{15}{2} - 10 + 40 \times \frac{2}{4}$

c) $7 \times 2 (3 + 4 - 5) + 20$

d) $10 \times 5 + \frac{20}{4} + \frac{8}{3 + 1} (2 + 5)$

ARITMÈTICA

TERCERA PART

PROBLEMES

1. Escriure el nombre cent dos, amb mil set deumil·lèsimes.

2. Com és pronunciat el nombre 750070,100053?

3. Descompondre la fracció decimal $\frac{5095}{10000}$ en una suma de fraccions de diversos ordres decimals, que tinguin per numerador cada una de les xifres de la fracció donada.

4. Trobar els productes de cada un dels nombres, 593,27, 5000,0004 i 0,00002 per 10, per 100 i per 10000.

5. Expressar els nombres 92,1272; 1,1589; 0,5999 i 7,52196, amb sols tres xifres decimals, i de la manera més aproximada possible.

6. Sumar els nombres 0,0127, 5,00112, 275372,12 i 0,05005. Com és pronunciat el resultat?

7. La quinzena d'un obrer puja 91,20 ptes., però li descompten 1,25 ptes. per multes, 1,55 ptes. per a la caixa de socorsos i 36 ptes. d'avençaments. Quant té de cobrar?

8. Verificar les multiplicacions

$$0{,}50072 \times 19{,}00527$$

$$0{,}052792 \times 0{,}0000529$$

9. Un forn de pudelar produeix 410,5 kg de ferro a cada operació, i consumeix 325,7 kg de carbó.

Demanem la seva producció diària sabent que fa 9 operacions al dia, i la despesa de carbó per tona de ferro, sabent que el carbó val a 2,10 ptes. els 100 kg.

10. Un serraller ha de fer un reixat de 18,60 m de llargada amb barres espaiades de 0,12 m, tenint les barres 1,850 m d'alçada; quina serà la longitud total de barra, tenint en compte que a cada extrem de la reixa hi ha una columna, i quatre més distribuïdes entre les barres, ocupant cada columna l'espai de dues barres?

11. Fer la divisió 750 : 88 aproximada fins a deumilionèsimes. Quina propietat té aquesta divisió?

12. Fer la divisió 0,597 : 0,00005329.

13 Reduir a decimal el trencat $\frac{11809000}{33}$. Quina propietat té el quocient?

14. Per esmolar la fulla dels ganivets podem procedir a mà o a màquina.

A mà, 9 esmoladors especialistes, guanyant 5,80 ptes. cada dia, esmolen 15 grosses (una grossa = 12 dotzenes) de fulles al dia. Aquesta mateixa quantitat de treball feta a màquina origina les despeses següents:

	Ptes.
Força motriu	3,50
2 obrers, a 3 ptes. de jornal	6,00
Entreteniment i untatge	0,50
Desgast de la mola	3,00

Interès anual del capital $\frac{1}{20}$ del preu de la màquina

Amortització anual $\frac{1}{10}$ del preu de la màquina

Preu de la màquina 10 000 ptes.

1.r Cercar el preu de cost de l'esmolatge per 15 grosses, a mà i a màquina.

2.n En quants anys s'haurà recuperat el preu de la màquina (no tenint en compte l'amortització) per la disminució del preu de cost de l'esmolatge? El nombre de dies de treball en un any és de 307 tant per l'amortització com per l'interès.

15. En una central tèrmica d'electricitat la despesa per cavall-hora amb la màquina de vapor és de 0,0127 ptes. La potència desenrotllada és de 800 cav. durant 300 dies de 10 hores de treball. ¿Quin seria el cost del cav.-hora, si instal·làvem un motor de gas pobre amb gasogen per antracita, en les mateixes condicions que la màquina de vapor, sabent que pels mateixos força, dies i hores de treball el cost anyal seria de 5280 ptes. menys per any?

16. Trobar la valor de $91{,}27 \times \frac{9}{0{,}2} \times 5{,}25 - 0{,}07 \times 6 + 12 \times \frac{0{,}25}{7}$.

17. Trobar la valor de $13\,(9 + 1{,}5 \times 0{,}8) + 9 \times 2{,}1$.

18. Trobar la valor de $9 \left[\frac{5}{2} + 3\,(5 + 2) + 12 \times 5 \right]$.

19. Trobar la valor de $5{,}025 \left[\frac{99}{127} + 5\,(7 + 2\,(1 + 3) + 5) + 27 \right]$.

20. La cadena d'un banc d'estirar tubs en fred té una velocitat de 5 m per minut, o sigui que produeix 5 m de tub estirat per minut, i el serratge ha estat calculat de manera que produeix un allargament de tub de 0,16 m per metre de longitud primitiva. Quina longitud tindrà el tub quan la quantitat ja estirada sigui de 3 m, sabent que el tub tenia, abans de l'operació, 4,20 m? Dir també quina longitud de tub quedarà per estirar en aquest moment i quant temps durarà encara l'operació.