Mancomunitat de Catalunya

EXTENSIO D'ENSENYAMENT TÈCNIC

E·E·T

TEXT N.º ~~35~~ 38 b

CORRENT ALTERN

PART II

Carrer d'Urgell 187 Barcelona

CORRENTS ALTERNS

SEGONA PART

EFECTES PRODUÏTS PER LA CAPACITAT

1. Si unim els pols d'un condensador a una línia de corrent continu, les plaques del condensador es carreguen quasi instantàniament, i el corrent que s'havia establert, cessa, de manera que el condensador, una vegada carregat, posseeix una força electromotriu igual i de sentit oposat a la de la línia d'alimentació, que s'oposa al pas del corrent; i l'existència d'aquesta força electromotriu es demostra suprimint la connexió amb la línia i unint entre si els borns del condensador, puix aquest es descarrega donant lloc a un corrent de brevíssima durada.

Si en lloc d'unir el condensador amb la línia de corrent continu, és alimentat per una força electromotriu alterna, cada vegada que aquesta augmenta, el condensador es carrega, i quan disminueix, es descarrega sobre la línia, i aquesta sèrie de càrregues i descàrregues es succeeixen amb la mateixa rapidesa amb què canvia de sentit la força electromotriu d'alimentació, de manera que s'estableix un corrent altern de la mateixa freqüència que la força electromotriu que alimenta el condensador.

2. La força electromotriu del condensador és igual i oposada a la de la línia, ja que quan aquesta arriba al màximum el corrent té una intensitat nul·la, i això sols pot ésser explicat tot admetent que en aquell moment el condensador oposa una força electromotriu de la mateixa valor. De manera que entre la força electromotriu aplicada i la del condensador hi ha una diferència de fase de $\frac{1}{2}$ període, o sigui de 180°, i entre aquestes i el corrent hi ha una diferència de fase de $\frac{1}{4}$ de període, o sigui de 90°, per tant, si representem per la sinusoide *a* (fig. 1) la corba de la força electromotriu del condensador, la d'alimentació ho estarà per la sinusoide *b*, oposada i retardada de 180° respecte a *a*. Quan la força electromotriu del condensador té sa valor màxima positiva, la intensitat del corrent és nul·la i comença a créixer positivament, o sigui el condensador comença a subministrar corrent quan aquella comença a decréixer; per tant, la corba del corrent estarà

representada per la sinusoide *c*, que estarà avançada de 90° respecte a la *b* i retardada de 90° respecte a la *a*, de manera que el corrent avança de 90° la força electromotriu aplicada i retarda del mateix angle la força electromotriu del condensador. El diagrama de l'esquerra de la figura mostra la posició relativa dels vectors *o c*, *o b* i *o a* de la intensitat del corrent, de la força electromotriu aplicada i de la força electromotriu del condensador, i quan el corrent forma l'angle α amb l'origen, o sigui en un temps *d m*, les valors

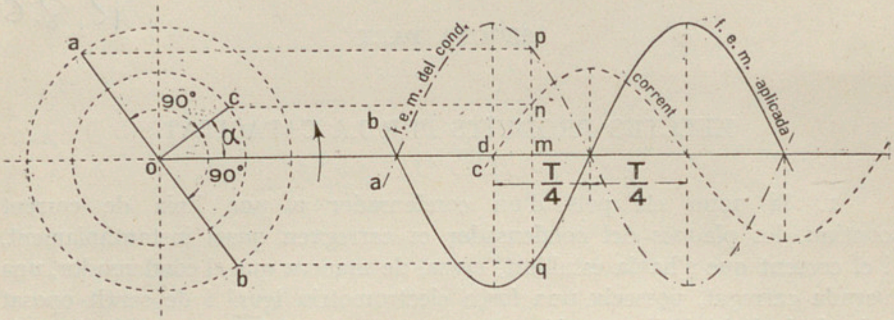

FIG. 1

instantànies són *m n*, *m q* i *m p*, essent les dues últimes iguals i de signe contrari.

Comparant la fig. 1 amb la 22 (Primera part) que representa el corrent, la força electromotriu aplicada i la força electromotriu d'autoinducció, observem que l'única diferència que existeix entre ambdues és que la sinusoide del corrent té en una un sentit oposat al que té en l'altra, de manera que entre un màximum positiu de la força electromotriu del condensador i el màximum positiu pròxim següent de la força electromotriu aplicada, existeix un màximum positiu del corrent, i entre un màximum positiu de la força electromotriu d'autoinducció i el màximum positiu pròxim següent de la força electromotriu aplicada hi ha un màximum negatiu del corrent. D'això es desprèn que la capacitat del condensador produeix sobre el corrent un efecte igual al de l'autoinducció, però de sentit oposat. L'autoinducció produeix un retard de fase del corrent respecte a la força electromotriu aplicada, i la capacitat produeix un avenç. Hom concep, doncs, que si en un mateix circuit existeixen una capacitat i una autoinducció d'una mateixa importància, el corrent estarà en fase amb la força electromotriu aplicada, segons veurem més endavant.

FORÇA ELECTROMOTRIU DE CAPACITAT

3. La quantitat d'electricitat que pren un condensador de capacitat C farads, quan li apliquem una força electromotriu màxima de E volts és, en culombs, $Q = C E$. El temps que esmerça el condensador a carregar-

se, o sigui a pendre la quantitat Q d'electricitat, és $\frac{1}{4}$ de període, o sigui $\frac{T}{4} = \frac{1}{4 \sim}$ de segon; per tant, en un segon pendria $4 \sim Q$ culombs. El nombre de culombs per segon és la intensitat mitjana en ampers; per tant, $I_{mitj} = 4 \sim Q$, però $Q = C\,E$, per tant,

$$I_{mitj} = 4 \sim C\,E, \qquad \text{d'on}$$

$$E = \frac{I_{mitj}}{4 \sim C}.$$

En aquesta fórmula, E és la força electromotriu màxima, la valor de la qual en funció de l'eficaç $\mathcal{E}$ és

$$E = \mathcal{E}\sqrt{2} \quad \text{i} \quad I_{mitj} = \frac{2\sqrt{2}\,\mathcal{J}}{\pi}$$

per tant, substituint aquestes valors en l'expressió de E, tindrem

$$E = \mathcal{E}\sqrt{2} = \frac{\frac{2\sqrt{2}\,\mathcal{J}}{\pi}}{4 \sim C} = \frac{2\sqrt{2}\,\mathcal{J}}{4\pi \sim C}$$

d'on, finalment,

$$\mathcal{E} = \mathcal{J}\,\frac{1}{2\,\pi \sim C}, \tag{1}$$

fórmula que dóna en volts la valor eficaç de la força electromotriu d'un condensador de capacitat C farads quan la intensitat del corrent és de $\mathcal{J}$ ampers eficaços i la freqüència és $\sim$.

REACTÀNCIA DE LA CAPACITAT

4. La quantitat $\frac{1}{2\,\pi \sim C}$ multiplicada per la intensitat del corrent dóna la força electromotriu; per tant, pot ésser considerada com la resistència que ofereix la capacitat, i és anomenada *reactància de la capacitat* i també *permitància* o *condensància*, i és expressada en ohms com una altra resistència.

De manera que per obtenir la força electromotriu necessària per a produir un corrent d'intensitat determinada, cal multiplicar la dita intensitat per la reactància de la capacitat.

Problema 1. — Un condensador de 4 microfarads és alimentat per una força electromotriu de 50 cicles per segon i el corrent produït és de 1,5 ampers. Quina és la valor eficaç de la força electromotriu aplicada?

Resolució. — Aplicant la fórmula (1) del núm. 3 i observant que $\mathcal{J} = 1{,}5$, $\sim = 50$ i $C = 0{,}000004$ (ja que 1 microfarad $= 0{,}000001$ farads) tindrem $\mathcal{E} = 1{,}5 \dfrac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000004} = 1194$ volt. aprox.

Problema 2. — Quina serà la capacitat d'un condensador si aplicant-li una força electromotriu de 2000 volts i 50 cicles per segon, obtenim un corrent de 3 ampers?

Resolució. — De la fórmula (1) del núm. 3 es dedueix $C = \dfrac{\mathcal{J}}{2 \pi \sim \mathcal{E}}$, i ja que $\mathcal{J} = 3$, $\sim = 50$ i $\mathcal{E} = 2000$, tenim

$$C = \frac{3}{2 \times \pi \times 50 \times 2000} = 0{,}00000477 \text{ farads} = 4{,}77 \text{ microfarads.}$$

5. Comparant la fórmula (1) del núm. 3 amb la (1) del núm. 31 (Primera part) observarem que com major és el coeficient d'autoinducció L, major és la força electromotriu que cal aplicar per a obtenir un corrent d'intensitat donada, mentre que com major és la capacitat d'un condensador menor força electromotriu es necessita per a mantenir el corrent. En altres termes : la força electromotriu aplicada està en raó directa del coeficient d'autoinducció i en raó inversa de la capacitat.

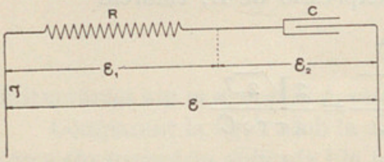

FIG. 2

CIRCUITS QUE POSSEEIXEN RESISTÈNCIA I CAPACITAT

RESISTÈNCIA I CAPACITAT EN SÈRIE

6. Considerem el circuit representat per la fig. 2 compost d'una resistència no inductiva R i una capacitat C alimentades en sèrie per una força electromotriu $\mathcal{E}$. Aquesta força electromotriu és la resultant de les que actuen en els borns de R i de C i sa valor és lligada amb aquestes, segons indica el diagrama fig. 3. Si representem per la recta $o\,a$ la fase i sentit de la intensitat del corrent produït $\mathcal{J}$, la força electromotriu $\mathcal{E}_1$ necessària per a vèncer la resistència òhmica R haurà d'ésser presa sobre d'aquesta recta, puix en una resistència no inductiva, el corrent i la força electromotriu estan en fase. Sigui

$$ob = \mathcal{E}_1 = R\,\mathcal{J}.$$

La força electromotriu $\mathcal{E}_2$ necessària per a vèncer la reactància de la capacitat i establir un corrent d'intensitat $\mathcal{J}$ és, segons sabem,

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}$$

i ha de formar un angle recte amb la línia del corrent i retardada respecte a aquest, ja que la força electromotriu deguda a la capacitat avança de 90° el corrent i està decalada de 180° respecte a la força electromotriu aplicada al oondensador, de manera que estarà representada per la recta $b\,c$ d'una longitud $\mathcal{E}_2 = \dfrac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}$.

La resultant de les forces electromotrius $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$, o sigui la força electromotriu aplicada $\mathcal{E}$ és la hipotenusa del triangle $o\,b\,c$, i segons sabem és igual a la rel quadrada de la suma dels quadrats dels dos catets, per tant,

$$\mathcal{E} = \mathcal{J}\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2} \qquad (1)$$

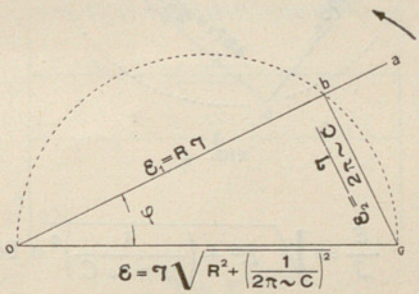

FIG. 3

7. Del triangle de les forces electromotrius (fig. 3) es dedueix que si la força electromotriu aplicada és constant, i R i $\dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$ varien, conservantse constant la suma de sos quadrats, el vèrtex b romandrà sobre la mitja circumferència descrita amb $o\,c$ per diàmetre.

Si la capacitat C és infinita, amb la qual cosa la seva reactància $\dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$ esdevé zero, tenim $\mathcal{E} = \mathcal{J}\sqrt{R^2} = \mathcal{J}\,R$, de manera que tota la força electromotriu aplicada s'esmerça a vèncer la resistència òhmica R i la intensitat del corrent serà tal que multiplicada per la resistència donarà la valor $\mathcal{E}$. En aquest cas la recta $o\,b$ es confondrà amb $o\,c$ i l'angle φ es reduirà a zero, i, per tant, el corrent estarà en fase amb la força electromotriu aplicada.

Si R és zero, $\mathcal{E} = \mathcal{J}\dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$, i tota la força electromotriu aplicada s'utilitza a vèncer la reactància del circuit, pel qual passarà un corrent decalat de 90°, puix l'angle φ assolirà 90°. El punt b coincidirà amb o i $b\,c$ pendrà la posició $o\,c$.

8. L'angle φ que indica la diferència de fase del corrent respecte a

la força electromotriu aplicada, és donat en qualsevol moment, per la relació $\operatorname{tg} \varphi = \frac{c\,b}{o\,b} = \frac{\frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C,}}{R\,\mathcal{J}}$ d'on

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2\,\pi \sim C\,R}.$$

Quan la resistència òhmica és igual a la reactància, es verifica $\frac{1}{2\,\pi \sim C} = R$ i llavors $\operatorname{tg} \varphi = 1$ i l'angle d'avenç del corrent respecte a la força electromotriu aplicada és de 45°.

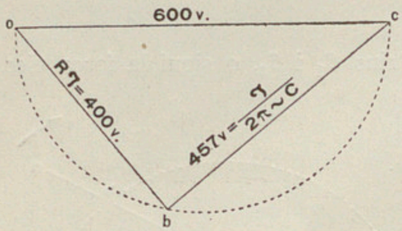

FIG. 4

Problema 1. — Una resistència de 50 ohms i un condensador s'alimenten en sèrie amb una tensió de 600 volts i 50 cicles per segon i el corrent produït és de 8 ampers. Trobem la capacitat del condensador.

Resolució. — De la fórmula (1) del del núm. 6 es dedueix

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2} \text{ o bé } \frac{\mathcal{E}^2}{\mathcal{J}^2} = R^2 + \left(\frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2, \text{ d'on}$$

$$\left(\frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2 - R^2\,\mathcal{J}^2}{\mathcal{J}^2}, \text{ o bé } \frac{1}{2\,\pi \sim C} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}^2 - R^2\,\mathcal{J}^2}}{\mathcal{J}}, \text{ i per fi}$$

$C = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim \sqrt{\mathcal{E}^2 - R^2\,\mathcal{J}^2}}$ i com que $\mathcal{J} = 8$, $\sim = 50$, $\mathcal{E} = 600$ i $R = 50$,

tindrem $C = \frac{8}{2 \times \pi \times 50 \sqrt{(600^2 - 50^2 \times 8^2)}} = 0{,}0000569$ farads $= 56{,}9$ microfarads aproximadament.

Aquest problema pot ésser també resolt de la manera següent: sobre una recta *o c* (fig. 4), la longitud de la qual representi a una escala determinada la tensió aplicada de 600 volts, tracem una semicircumferència i amb una obertura de compàs igual a $R\,\mathcal{J} = 50 \times 8 = 400$ volts tracem un arc de cercle amb *o* per centre, que tallarà la semicircumferència en un punt *b*. Unint aquest amb *c*, la longitud *b c* representarà, a la mateixa escala, la tensió aplicada als borns del condensador. En el dibuix, aquesta longitud correspon a 457 volts aproximadament; per tant,

$$457 = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C},$$

d'on

$$C = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim \times 457},$$

i substituint,

$$C = \frac{8}{2 \times \pi \times 50 \times 457} = 0{,}0000569 \text{ farads, o bé } 56{,}9 \text{ microf. aprox.}$$

Problema 2. — Trobem la valor de la intensitat del corrent en un circuit, format per una resistència de 80 ohms i una capacitat de 6 microfarads en sèrie, alimentat per una tensió de 1000 volts a una freqüència de 50 cicles per segon.

Resolució. — De la fórmula (1) del núm. 6 es dedueix

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2}},$$

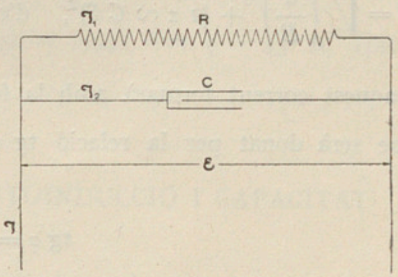

FIG. 5

i com que $\mathcal{E} = 1000$, $R = 80$. $\sim = 50$ i $C = 0{,}000006$ tindrem

$$\mathcal{J} = \frac{1000}{\sqrt{80^2 + \left(\frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000006}\right)^2}} = 1{,}86 \text{ amp. aprox.}$$

RESISTÈNCIA I CAPACITAT EN DERIVACIÓ

9. Quan la resistència i la capacitat es troben en derivació (fig. 5) una mateixa força electromotriu $\mathcal{E}$ les alimenta, i la intensitat $\mathcal{J}$ del corrent en el circuit principal serà la resultant de les intensitats $\mathcal{J}_1$ i $\mathcal{J}_2$ que passen per la resistència i la capacitat, respectivament. La intensitat que passa per la resistència serà $\mathcal{J}_1 = \frac{\mathcal{E}}{R}$, i la que passarà C serà, segons es dedueix de la fórmula (1) del núm. 3,

$$\mathcal{J}_2 = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E}.$$

Sigui $o\,a$ fig. 6 el sentit de la força electromotriu aplicada; si sobre d'ella prenem una longitud $o\,b = \mathcal{J} = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$, tindrem representada la intensitat del corrent en R, en posició i magnitud, puix tractant-se d'una resistència no inductiva, el corrent està en fase amb la força electromotriu aplicada a sos extrems.

Traçant pel punt b una perpendicular a la recta $o\,a$ i prenent sobre ella una longitud $b\,c = \mathcal{J}_2 = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E}$ tindrem en posició i magnitud la intensitat del corrent que circula per la capacitat, puix sabem que el corrent d'ella forma un angle recte amb la força electromotriu aplicada. La resultant de les intensitats $\mathcal{J}_1$ i $\mathcal{J}_2$, o sigui la intensitat total $\mathcal{J}$, serà la hipotenusa $o\,c$ del triangle rectangle $o\,b\,c$; per tant, tindrem

$$\mathcal{J} = \sqrt{\left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2 + (2\,\pi \sim C\,\mathcal{E})^2}, \quad \text{d'on} \quad \mathcal{J} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{1}{R^2} + (2\,\pi \sim C)^2}, \qquad (1)$$

aquest corrent formarà amb la força electromotriu aplicada un angle φ que serà donat per la relació $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{b\,c}{o\,b} = \dfrac{2\,\pi \sim C\,\mathcal{E}}{\dfrac{\mathcal{E}}{R}}$, o sigui

$$\operatorname{tg} \varphi = 2\,\pi \sim C\,R. \qquad (2)$$

10. Si la intensitat total $\mathcal{J}$ resta constant i les valors de $\mathcal{J}_1$ i $\mathcal{J}_2$ varien de manera que la suma dels seus quadrats sigui sempre igual a $\mathcal{J}^2$, el vèrtex b del triangle de la fig. 6 estarà constantment sobre la semicircumferència descrita amb $o\,c$ per diàmetre, ja que l'angle $o\,b\,c$ és sempre recte. Si $\mathcal{J}_1 = 0$, per a la qual cosa és precís que la resistència R sigui infinita, el punt b coincidirà amb o, la valor de la intensitat $\mathcal{J}_2$ serà igual a la de la intensitat total, puix en aquest cas l'expressió d'aquesta serà $\mathcal{J} = \mathcal{E}\sqrt{(2\,\pi \sim C)^2} = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E}$ i l'angle φ serà recte, ja que en l'expressió (2) del núm. 10, $\operatorname{tg} \varphi = \infty$ i, per tant, $\varphi = 90^0$. Si $\mathcal{J}_2 = 0$, ço que té lloc quan la capacitat C és nul·la, el punt b coincidirà amb el c, l'angle φ es reduirà a zero i la intensitat $\mathcal{J}_1$ del corrent en la resistència serà igual a la de la línia.

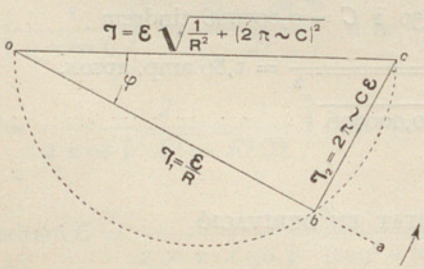

FIG. 6

Problema. — Determinem : 1.r, la intensitat total en un circuit format per una resistència de 150 ohms i un condensador de capacitat 20 microfarads alimentats en derivació per una força electromotriu de 1500 volts, amb una freqüència de 50 cicles per segon; 2.n, l'angle de decalatge entre el corrent total i la força electromotriu aplicada.

Resolució. — 1.r Aplicant la fórmula (1) del núm. 9 i substituint $\mathcal{E}$, R, $\sim$ i C per 1500, 150, 50 i 0,00002, respectivament, tindrem

$$\mathcal{J} = 1500 \sqrt{\frac{1}{150^2} + (2 \times \pi \times 50 \times 0{,}00002)^2} = 1500 \times 0{,}00915 = 13{,}7$$

amp. aproximadament.

2.n L'angle φ serà donat, segons la fórmula (2) del núm. 9, per la relació

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \times \pi \times 50 \times 0{,}00002 \times 150 = 0{,}942, \text{ d'on } \varphi = 43^\circ\ 20'$$ aproximadament.

CIRCUITS QUE POSSEEIXEN AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT

AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT EN SÈRIE

11. En un circuit format per una autoinducció i una capacitat en sèrie (fig. 7) el corrent produït, únic en el circuit, estarà retardat de 90° respecte a la força electromotriu $\mathcal{E}_1$ aplicada per a vèncer l'autoinducció i avançat de 90° respecte a la força electromotriu $\mathcal{E}_2$ empleada a vèncer la capacitat; per tant, les forces electromotrius $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ són oposades.

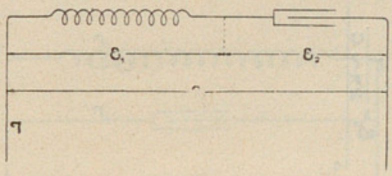

FIG. 7

Si representem per $o\,a$ (fig. 8) el sentit i fase del corrent, i el de la força electromotriu $\mathcal{E}_1$ per $o\,b$ normal a $o\,a$, el de la força electromotriu $\mathcal{E}_2$ ho estarà per $o\,c$ prolongació de $b\,o$, i ja que les forces electromotrius $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ són oposades, sa diferència serà la força electromotriu $\mathcal{E}$ aplicada al sistema. La força electromotriu aplicada a l'autoinducció serà $\mathcal{E}_1 = 2\pi \sim L\mathcal{J}$ i l'aplicada a la capacitat, $\mathcal{E}_2 = \dfrac{\mathcal{J}}{2\pi \sim C}$, de manera que si fem $o\,b = \mathcal{E}_1$ i $o\,c = \mathcal{E}_2$, descomptant de $o\,b$ la longitud $o\,c$ des del punt b, obtindrem la força electromotriu $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = o\,d$.

Restant la una de l'altra les expressions de les forces electromotrius $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ tindrem

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \mathcal{E} = 2\,\pi \sim L\,\mathcal{J} - \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C} = \mathcal{J}\left(2\,\pi \sim L - \frac{1}{2\,\pi \sim C}\right),$$

d'on es dedueix

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{E}}{2\,\pi \sim L - \dfrac{1}{2\,\pi \sim C}}, \qquad (1)$$

fórmula que dóna la valor de la intensitat del corrent en funció de la força electromotriu aplicada i de les reactàncies de l'autoinducció i de la capacitat i que podem enunciar així:

En un circuit que presenta autoinducció i capacitat en sèrie, la intensitat és obtinguda dividint la força electromotriu aplicada per la diferència de les reactàncies de l'autoinducció i de la capacitat.

De la fórmula (1) es desprèn que el denominador és la reactància total del circuit. Suposant positiva la valor de $\mathcal{J}$, el signe de $\mathcal{E}$ serà el del denominador, de manera que si $2\,\pi \sim L$ és major que $\dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$, el signe de $\mathcal{E}$ serà positiu i haurà d'ésser comptat de o a b, i si $2\,\pi \sim L$ és menor que $\dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$, $\mathcal{E}$ serà negatiu i haurà d'ésser comptat de o a c. Si L es redueix a zero, $\mathcal{E}$ serà negatiu i la seva valor serà $\mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}$, de manera que la força electromotriu aplicada s'esmerçarà tota a vèncer la reactància de la capacitat. Si $C = \infty$, la qual cosa significa que no hi ha condensador, $\mathcal{E} = 2\,\pi \sim L\,\mathcal{J}$ i tota la força electromotriu aplicada s'invertirà a vèncer la reactància de l'autoinducció per a establir el corrent d'intensitat $\mathcal{J}$.

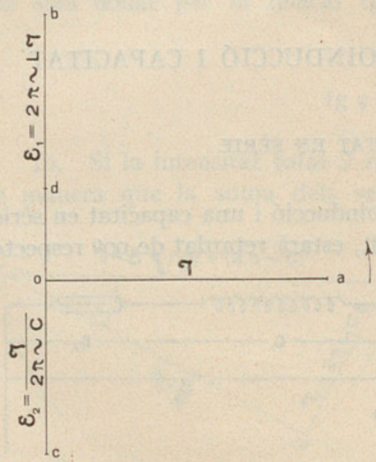

FIG. 8

Problema. — Una bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és de 0,5 henris, i un condensador, la capacitat del qual és de 30 microfarads, estan en sèrie alimentats per una tensió de 100 volts a una freqüència igual a 50. Trobem les forces electromotrius aplicades a la bobina i al condensador i la intensitat del corrent produït.

Resolució. — Aplicant la fórmula (1) i substituint $\mathcal{E}$, $\sim$, L i C per 100, 50, 0,5 i 0,00003, respectivament, tindrem la valor de la intensitat

$$\mathcal{J} = \frac{100}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}5 - \dfrac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}00003}}$$

$$= \frac{100}{157 - 106{,}16} = 1{,}97 \text{ amp.}$$

La força electromotriu aplicada a la bobina serà

$$\mathcal{E}_1 = 2\,\pi \sim L\,\mathcal{J} = 157 \times 1{,}97 = 309 \text{ volts aproximadament,}$$

i l'aplicada al condensador serà

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C} = 106{,}16 \times 1{,}97 = 209 \text{ volts aproximadament,}$$

verificant-se $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 309 - 209 = 100 = \mathcal{E}$.

AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT EN DERIVACIÓ

12. En aquest cas, representat en la fig. 9, una mateixa força electromotriu $\mathcal{E}$ alimenta la bobina i el condensador. La intensitat del corrent en la bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és L, serà $\mathcal{J}_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{2\,\pi \sim L}$ i la intensitat del corrent en el condensador de capacitat C serà $\mathcal{J}_2 = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E}$. El corrent $\mathcal{J}_1$ retarda de 90° la força electromotriu aplicada $\mathcal{E}$ i $\mathcal{J}_2$ avança del mateix angle la dita força electromotriu, de manera que tindrem el diagrama de la fig. 10, en el qual *o a* representa el sentit i fase de la força electromotriu aplicada, *o b* la intensitat $\mathcal{J}_1$ retardada de 90° respecte a *o a*, i *o c* representa $\mathcal{J}_2$ avançada de 90° respecte a *o a*. Com és fàcil veure, els vectors *o b* i *o c* estan en una mateixa direcció i en sentit oposat, per tant, la intensitat resultant $\mathcal{J}$, o sigui la

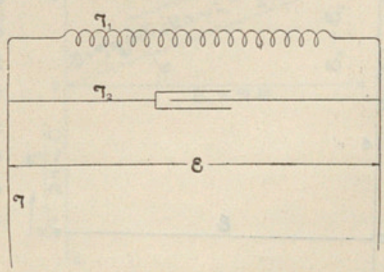

FIG. 9

intensitat en la línia principal serà la diferència entre les intensitats J_1 i J_2, de manera que descomptant de la major $o\,c$ (en el cas representat en la figura $J_2 > J_1$) la longitud $o\,b$ des de c, obtindrem el punt d la distància del qual a o indicarà la magnitud del corrent subministrat per la línia.

Problema. — Una bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és 0,2 henris, i un condensador de capacitat 20 microfarads estan alimentats en derivació per una força electromotriu de 800 volts a una freqüència de 50 cicles per segon. Trobem la valor de la intensitat subministrada per la línia.

Resolució. — La intensitat del corrent en la bobina serà

$$J_1 = \frac{\mathcal{E}}{2\,\pi \sim L} = \frac{800}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}2} = 12{,}74 \text{ amp.}$$

La intensitat en el condensador serà

$$J_2 = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E} = 2 \times \pi \times 50 \times 0{,}00002 \times 800 = 5{,}02 \text{ amp.},$$

per tant, la intensitat total serà

$$J = J_1 - J_2 = 12{,}74 - 5{,}02 = 7{,}72 \text{ amp.}$$

13. En els esquemes relatius a circuits que contenen autoinducció o capacitat en combinació amb resistència òhmica, no ens hem preocupat d'indicar d'una manera especial si l'angle de la diferència de fase entre el corrent i la força electromotriu aplicada era d'avenç o de retard, i el motiu d'aquesta omissió és senzill; quan es tracta d'*autoinducció*, el corrent *retarda* sempre la força electromotriu aplicada, i quan es tracta de *capacitat*, el corrent *avança* sempre la força electromotriu aplicada, de manera que sempre que existeix una diferència de fase sabrem si és d'avenç o de retard d'un vector respecte a un altre.

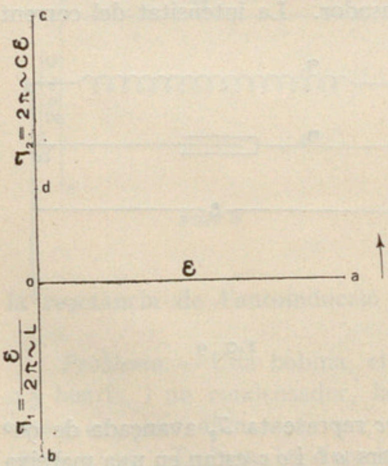

FIG. 10

Si el circuit consta a la vegada d'autoinducció i capacitat, com que ses accions són oposades, el corrent retardarà o avançarà la força electromotriu aplicada segons predomini l'autoinducció o la capacitat, i això és comprèn examinant els diagrames de les figs. 8 i 10, en els quals la posició del punt d respecte al vector $o\,a$, depèn de la preponderància de l'autoinducció o de la capacitat. Si $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ (fig. 8) el punt d es trobarà damunt de $o\,a$, o sigui del costat de $\mathcal{E}_1$; per tant, el corrent $\mathcal{J}$ quedarà retardat respecte a la força electromotriu aplicada $\mathcal{E} = o\,d$. Si $\mathcal{E}_1$ fos menor que $\mathcal{E}_2$, el punt d estaria sota de $o\,a$, o sigui del costat de $\mathcal{E}_2$, i el corrent $\mathcal{J}$ esdevindria avançat respecte a la força electromotriu aplicada. De la mateixa manera, si $\mathcal{J}_1$ (fig. 10) és menor que $\mathcal{J}_2$, el punt d es trobarà del costat de $\mathcal{J}_2$, i el corrent total resta avançat respecte a la força electromotriu aplicada, mentre que si $\mathcal{J}_1 > \mathcal{J}_2$, el punt d es trobarà del costat de $\mathcal{J}_1$ i el corrent quedarà retardat respecte a la força electromotriu.

CIRCUITS QUE POSSEEIXEN RESISTÈNCIA, AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT

RESISTÈNCIA, AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT EN SÈRIE

14. En la fig. 11 és representat un circuit, que consisteix en una resistència òhmica R, una bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és L, i un condensador de capacitat C, alimentats en sèrie per una força electromotriu $\mathcal{E}$. Vegem com podrem determinar la intensitat del corrent i les forces electromotrius que actuen en els borns de R, L i C. El vector $o\,a$ (figura 12) representa el sentit i fase del corrent produït; la força electromotriu $\mathcal{E}_1$ aplicada per a vèncer la resistència R serà $\mathcal{E}_1 = \mathcal{J}\,R$, i com que està en fase amb el

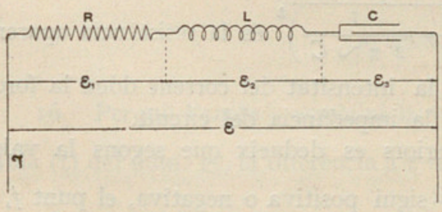

FIG. 11

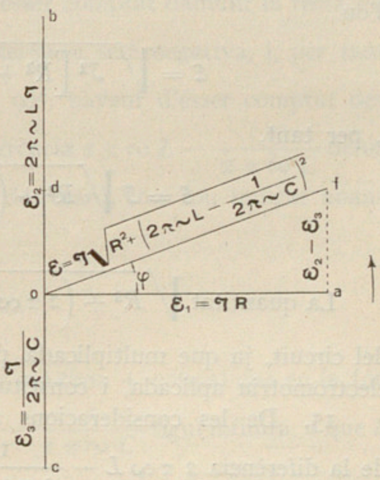

FIG. 12

corrent, caldrà pendre-la sobre $o\,a$, o sigui $o\,a = \mathcal{E}_1 = \mathcal{J}\,R$. La força electromotriu $\mathcal{J}_2$ empleada a vèncer l'autoinducció serà $\mathcal{E}_2 = 2\,\pi \sim L\,\mathcal{J}$, i com que avença d'un angle recte el corrent, podrà ésser representada per $o\,b = \mathcal{E}_2$. La força electromotriu $\mathcal{E}_3$ destinada a vèncer la capacitat tindrà per valor $\mathcal{E}_3 = \dfrac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}$, i com que és oposada a $\mathcal{E}_2$ l'haurem de pendre en sentit contrari a $o\,b$, o sigui en sentit $o\,c$, i el vector d'aquesta força electromotriu serà $o\,c = \mathcal{E}_3$. Com que les forces electromotrius $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$ són oposades, llur resultant serà la diferència d'ambdues; per tant, descomptant de $o\,b$ la longitud $o\,c$ des de b, obtindrem el punt d i la longitud $o\,d$ serà la força electromotriu que actua sobre la sèrie formada per l'autoinducció i la capacitat.

La força electromotriu $\mathcal{E}$ aplicada a la sèrie completa serà la resultant de les forces electromotrius $(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3)$, i $\mathcal{E}_1$ i tindrà per valor la longitud de la hipotenusa $o\,f$ del triangle $o\,a\,f$ format per $\mathcal{E}_1$ i la recta $a\,f$ igual i parallela a $o\,d = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3$. Segons hem vist en els casos anàlegs estudiats anteriorment, el quadrat de $\mathcal{E}$ serà igual a la suma dels quadrats de $\mathcal{E}_1$ i de $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3$, per tant,

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3)^2}\,,$$

i substituint $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$ per les seves valors, tindrem

$$\mathcal{E} = \sqrt{(R\mathcal{J})^2 + \left(2\,\pi \sim L\,\mathcal{J} - \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}\right)^2}\,,$$

d'on

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{J}^2\left[R^2 + \left(2\,\pi \sim L - \frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2\right]}$$

i, per tant,

$$\mathcal{E} = \mathcal{J}\sqrt{R^2 + \left(2\,\pi \sim L - \frac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2}\,. \qquad (1)$$

La quantitat $\sqrt{R^2 + \left(2\,\pi \sim L - \dfrac{1}{2\,\pi \sim C}\right)^2}$ és la resistència aparent del circuit, ja que multiplicada per la intensitat del corrent dóna la força electromotriu aplicada, i constitueix la impedància del circuit.

15. De les consideracions anteriors es dedueix que segons la valor de la diferència $2\,\pi \sim L - \dfrac{1}{2\,\pi \sim C}$ sigui positiva o negativa, el punt f, i, per tant, la resultant $o\,f$, es trobarà damunt o dessota la recta $o\,a$. Si l'efecte de l'autoinducció és major que el de la capacitat, la diferència serà positiva, $o\,f$ es trobarà del costat del vector de la força electromotriu $\mathcal{E}_2$ i el corrent, el sentit del qual és $o\,a$, estarà retardat de l'angle φ respecte a la força electromotriu aplicada $o\,f$. Si l'efecte de la capacitat és major que el de l'autoinducció, la diferència serà negativa, el punt f i la resultant $o\,f$ es tro-

baran dessota $o\,a$, o sigui del costat del vector de la força electromotriu $\mathcal{E}_3$ i el corrent estarà avançat del nou angle φ, respecte a la força electromotriu aplicada.

Del triangle $o\,a\,f$ es dedueix $\frac{a\,f}{o\,a} = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3}{\mathcal{E}_1} = \operatorname{tg} \varphi$ i substituint $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$ per ses valors respectives tindrem

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\,\pi \sim L\,\mathcal{J} - \dfrac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C}}{\mathcal{J} R},$$

i dividint ambdós termes de la fracció per $\mathcal{J}$,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\,\pi \sim L - \dfrac{1}{2\,\pi \sim C}}{R}. \qquad (1)$$

Segons aquesta expressió, $\operatorname{tg} \varphi$ tindrà el mateix signe que el numerador, puix R és positiu. Si $2\,\pi \sim L$ és major que $\frac{1}{2\,\pi \sim C}$, la diferència entre ambdós serà positiva, i tenint $\operatorname{tg} \varphi$ una valor positiva, l'angle de decalatge podrà variar des de $0°$ a $+ 90°$ i haurà d'ésser comptat damunt la recta $o\,a$. Si $2\,\pi \sim L$ és menor que $\frac{1}{2\,\pi \sim C}$, la diferència serà negativa, i, per tant, $\operatorname{tg} \varphi$, i l'angle φ podrà variar entre $0°$ i $- 90°$, havent d'ésser comptat dessota de $o\,a$. Com veiem, el signe de la diferència $2\,\pi \sim L - \frac{1}{2\,\pi \sim C}$ determina si l'angle de decalatge és d'avenç o de retard, com fou indicat abans.

RESSONÀNCIA

16. Perquè l'angle φ assoleixi la valor màxima $+ 90°$ cal que en la fórmula (1) del núm. 15, la diferència $2\,\pi \sim L - \frac{1}{2\,\pi \sim C}$ sigui infinita, o que R sigui igual a zero, i perquè arribi a $- 90°$ cal que $\frac{1}{2\,\pi \sim C} - 2\,\pi \sim L$ sigui infinit o també que R sigui nul. Quan $2\,\pi \sim L = \frac{1}{2\,\pi \sim C}$, la fórmula (1) del núm. 14 es converteix en

$$\mathcal{E} = \mathcal{J} \sqrt{R^2} = \mathcal{J} R,$$

i la intensitat del corrent depèn exclusivament de la força electromotriu aplicada i de la resistència òhmica del circuit, i llavors hi ha *ressonància*. És evident que el corrent que en aquestes condicions passarà pel circuit serà el màxim que pot ésser produit amb una força electromotriu i una resistència òhmica donades.

De la igualtat

$$2 \pi \sim L = \frac{1}{2 \pi \sim C},$$

que expressa la condició perquè hi hagi ressonància, es dedueix

$$4 \pi^2 \sim^2 LC = 1$$

$$2 \pi \sim \sqrt{LC} = 1,$$

d'on

$$\sim = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}}, \qquad (1)$$

fórmula que expressa la valor de la freqüència en funció del coeficient d'autoinducció i de la capacitat d'un circuit perquè existeixi ressonància.

Problema. — Una resistència de 20 ohms, una bobina el coeficient d'auto inducció de la qual és de 0,6 henris, i un condensador d'una capacitat de 15 microfarads són alimentats en sèrie per una força electromotriu de 1200 volts amb una freqüència de 50 cicles per segon. Trobem : 1.r, la intensitat del corrent; 2.n, les forces electromotrius aplicades a cada part del circuit; 3.r, l'angle de decalatge, i 4.t, la freqüència necessària perquè hi hagi ressonància.

Resolució. — 1.r De la fórmula (1) del núm. 14 es dedueix

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + \left(2 \pi \sim L - \frac{1}{2 \pi \sim C}\right)^2}}$$

i substituint $\mathcal{E}$, R, $\sim$, L i C per ses valors respectives 1200, 20, 50, 0,6 i 0,000015, tindrem

$$\mathcal{J} = \frac{1200}{\sqrt{20^2 + \left(2 \pi \times 50 \times 0,6 - \frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 0,000015}\right)^2}}$$

$$= \frac{1200}{\sqrt{20^2 + (188,4 - 212,3)^2}} = 38,5 \text{ amp.}$$

2.ⁿ La força electromotriu necessària per a la resistència òhmica és $\mathcal{E}_1 = R\,\mathcal{J} = 20 \times 38{,}5 = 770$ volt. La necessària per a l'autoinducció és $\mathcal{E}_2 = 2\,\pi \sim L\,\mathcal{J} = 2 \times \pi \times 50 \times 0{,}6 \times 38{,}5 = 7253{,}4$ volt i la que actua en els borns del condensador serà

$$\mathcal{E}_3 = \frac{\mathcal{J}}{2\,\pi \sim C} = \frac{38{,}5}{2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000015} = 8173{,}6 \text{ volt.}$$

3.ʳ La tangent de l'angle de decalatge serà

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\,\pi \sim L - \dfrac{1}{2\,\pi \sim C}}{R} = \frac{188{,}4 - 212{,}3}{20} = \frac{-23{,}9}{20} = -1{,}2\,,$$

que correspon a un angle $\varphi = -50^{\circ}$ aproximadament, per tant, l'angle de decalatge serà negatiu, o sigui del costat de la capacitat, i, per tant, el corrent avançarà de 50° respecte a la força electromotriu aplicada.

4.ᵗ Perquè hi hagi ressonància, la freqüència haurà d'ésser

$$\frac{1}{2\,\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times \pi \times \sqrt{0{,}6 \times 0{,}000015}} = 53 \text{ cicles per segon aprox.,}$$

i el corrent obtingut seria $\dfrac{\mathcal{E}}{R} = \dfrac{1200}{20} = 60$ amp.

L'exemple anterior posa de manifest el fet que la força electromotriu aplicada al conjunt pot ésser molt inferior a les necessàries per a les diferents parts del circuit, puix mentre hom subministra una tensió de 1200 volts, les que existeixen en els borns de l'autoinducció i de la capacitat són 7253,4 i 8173,6 volts, respectivament.

RESISTÈNCIA, AUTOINDUCCIÓ I CAPACITAT EN DERIVACIÓ

17. La fig. 13 representa una resistència, una autoinducció i un condensador alimentats en derivació per una força electromotriu $\mathcal{E}$. En aquest cas, la intensitat del corrent total $\mathcal{J}$ és la resultant de les intensitats $\mathcal{J}_1$, $\mathcal{J}_2$ i $\mathcal{J}_3$ dels corrents que circulen per la resistència, l'autoinducció i la capacitat, respectivament, i el diagrama corresponent és traçat de la manera següent:

Sigui (fig. 14) $o\,a$ el sentit i fase de la força electromotriu aplicada $\mathcal{E}$. La intensitat del corrent en R serà $\mathcal{J}_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$ i estarà en fase amb $\mathcal{E}$, de manera que podrà ésser representada pel vector $o\,b = \mathcal{J}_1$. La intensitat en l'autoinducció serà $\mathcal{J}_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{2\,\pi \backsim L}$ i estarà retardada de 90° respecte a la força electromotriu aplicada $\mathcal{E}$, per tant, serà representada pel vector $o\,c = \mathcal{J}_2$ normal a $o\,a$.

La intensitat en C serà $\mathcal{J}_3 = 2\,\pi \backsim C\,\mathcal{E}$, avançada de 90° respecte a $o\,a$ representada pel vector $o\,d = \mathcal{J}_3$ prolongació de $c\,o$. Les intensitats $\mathcal{J}_2$ i $\mathcal{J}_3$, són oposades, per tant, llur resultant serà la diferència $2\,\pi \backsim C\,\mathcal{E} - \dfrac{\mathcal{E}}{2\,\pi \backsim L}$ $= o\,d - o\,c = o\,f = b\,g$, i la resultant d'aquesta i la $\mathcal{J}_1$, o sigui la intensitat

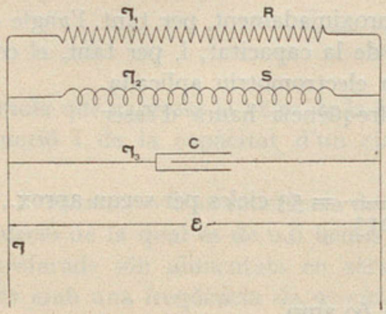

FIG. 13

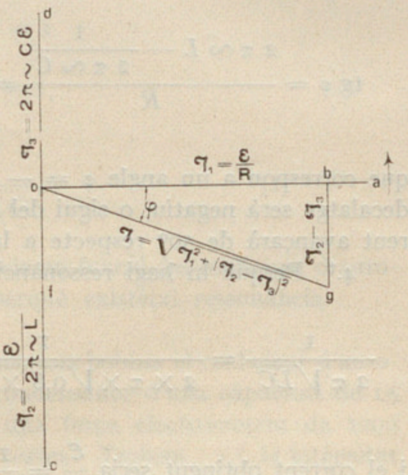

FIG. 14

del corrent en la línia principal serà la hipotenusa $o\,g$ del triangle $o\,b\,g$, la valor de la qual serà

$$\mathcal{J} = \sqrt{\mathcal{J}^2_1 + (\mathcal{J}_3 - \mathcal{J}_2)^2},$$

i substituint $\mathcal{J}_1$, $\mathcal{J}_2$ i $\mathcal{J}_3$ per ses valors, tindrem

$$\mathcal{J} = \sqrt{\left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2 + \left(2\,\pi \backsim C\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2\,\pi \backsim L}\right)^2},$$

d'on

$$\mathcal{J} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(2\,\pi \backsim C - \frac{1}{2\,\pi \backsim L}\right)^2} \qquad (1)$$

Del triangle $o\,b\,g$ es dedueix

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{b\,g}{o\,b} = \frac{\mathcal{J}_3 - \mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_1},$$

i substituint $\mathcal{J}_1$, $\mathcal{J}_2$ i $\mathcal{J}_2$ per ses valors obtindrem

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\,\pi \sim C\mathcal{E} - \dfrac{\mathcal{E}}{2\,\pi \sim L}}{\dfrac{\mathcal{J}}{R}},$$

d'on

$$\operatorname{tg}\varphi = \left(2\,\pi \sim C - \frac{1}{2\,\pi \sim L}\right) R. \qquad (2)$$

En el diagrama $\mathcal{J}_2$ és major que $\mathcal{J}_3$, per tant, la resultant $\mathcal{J}$ estarà del costat de l'autoinducció, i el corrent retardarà respecte a la força electromotriu aplicada.

Problema. — Una resistència de 400 ohms, una bobina el coeficient d'autoinducció de la qual és 2 henris i una capacitat de 15 microfarads estan connectades en derivació i alimentades per una força electromotriu de 500 volts a 50 cicles per segon. Trobem : 1.r la intensitat del corrent en cada derivació; 2.n la intensitat en la línia general; 3.r l'angle de decalatge del corrent respecte a la força electromotriu aplicada.

Resolució. — 1.r La intensitat del corrent en la resistència serà $\mathcal{J}_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = \dfrac{500}{400} = 1{,}25$ amp.; la del corrent que passarà per la bobina serà $\mathcal{J}_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{2\,\pi \sim L} = \dfrac{500}{2 \times \pi \times 50 \times 2} = 0{,}796$ amp., i la que circularà pel condensador, $\mathcal{J}_3 = 2\,\pi \sim C\,\mathcal{E} = 2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000015 \times 500 = 2{,}36$ amp.

2.n Obtindrem la intensitat total, aplicant la fórmula (1)

$$\mathcal{J} = 500\sqrt{\frac{1}{400^2} + \left(2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000015 - \frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 2}\right)^2} = 2 \text{ amp.}$$

3.r La tangent de l'angle de decalatge serà, segons la fórmula (2),

$$\operatorname{tg}\varphi = \left(2 \times \pi \times 50 \times 0{,}000015 - \frac{1}{2 \times \pi \times 50 \times 2}\right) 400 = 1{,}24,$$

a la qual correspon un angle $\varphi = 52^o$ aproximadament, i com que l'acció del condensador és major que la de la bobina, el corrent total J avançarà de 52^o respecte a la força electromotriu aplicada.

POTÈNCIA D'UN CORRENT ALTERN

18. Segons vam veure en tractar del corrent continu, la potència, o sigui el treball desenrotllat en la unitat de temps pel corrent, és, en vats, el producte de la força electromotriu en volts per la intensitat en ampers

$$W = EI.$$

Si la força electromotriu, i per conseqüent, la intensitat del corrent varien, cal determinar el treball executat en cada un dels intervals de temps successius, i dividint sa suma pel temps total obtindrem el *treball mitjà*.

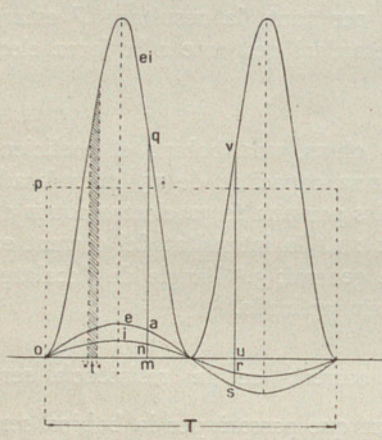

FIG. 15

Quan el corrent és altern, caldrà mesurar el treball mitjà en un període, i el producte d'aquest treball per la freqüència donarà el treball mitjà per segon, o sigui la *potència*. Si la força electromotriu i la intensitat del corrent segueixen la llei sinusoidal, el producte de les valors instantànies de e i i donarà una sinusoide ei (fig. 15), les ordenades de la qual representaran les valors instantànies de la potència del corrent altern. El treball executat pel corrent altern durant un espai de temps molt petit t és proporcional a la superfície del trapezi indicat en la figura, i el treball efectuat durant un període complet serà proporcional a la superfície compresa entre les dues ondes de la sinusoide ei i l'eix dels temps.

Si la força electromotriu i el corrent estan en fase, com passa en el cas representat en la fig. 15, les dues ondes de la corba de la potència corresponents a un període, seran positives, puix durant la primera meitat del període e i i són positius i llur producte és positiu, i en la segona meitat e i i són ambdós negatius i llur producte serà positiu, de manera que la corba de la potència es trobarà tota sencera damunt l'eix horitzontal; així en el moment m les ordenades de e i i són $+ma$ i $+mn$ i llur producte serà $+mq$ i a l'instant u les ordenades de e i de i seran $-us$ i $-ur$ i llur producte serà $+uv$.

19. Si el corrent i la força electromotriu no estan en fase, com és in-

dicat en la fig. 16, la corba de la potència tallarà l'eix horitzontal en els punts en què les ordenades de *e* o de *i* siguin nul·les, puix en aquests moments el producte *e i* és nul per ésser-ho un dels factors. D'aquí resulta que hi haurà parts de la corba de la potència que es trobaran dessota l'eix horitzontal; en efecte, en els intervals *a b*, *c d*, etc., les ordenades de la intensitat *i* o les de la força electromotriu *e* són de signe contrari, per tant, les ordenades de *e i* seran negatives, i, per consegüent, ho serà la potència produïda. Això significa que durant els temps *a b*, *c d*, etc., es restitueix potència, és a dir que si una línia alimenta un motor, per exemple, durant els intervals *a b*, *c d*, etc., el motor cedeix energia a la línia.

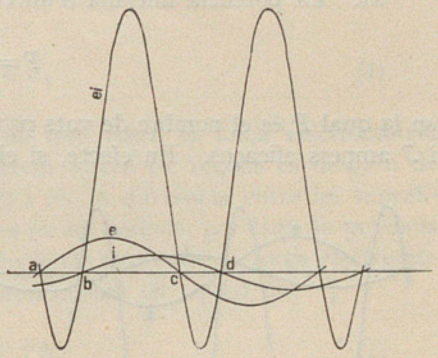

FIG. 16

20. Si la diferència de fase entre el corrent i la força electromotriu és de 90° obtenim la fiig. 17.

En aquest cas, la part negativa de la corba és igual a la positiva, és a dir la corba és simètrica amb relació a l'eix horitzontal i el circuit dóna tanta energia com en rep, de manera que la potència empleada és nul·la. Aquest fenomen ocorre quan la càrrega consisteix en una autoinducció o una capacitat desproveïdes de resistència òhmica, puix en aquests casos el corrent està en angle recte amb la força electromotriu aplicada.

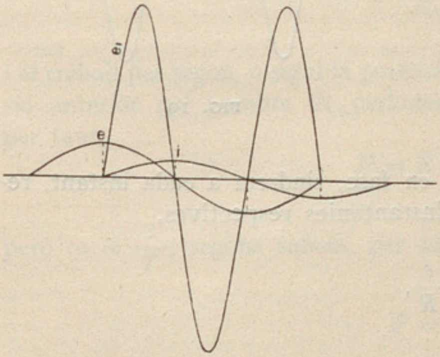

FIG. 17

Quan el decalatge del corrent respecte a la força electromotriu augmenta, la part positiva de les ondes de la corba de la potència disminueix, de manera que llavors el circuit rep major quantitat d'energia de la que cedeix. La fig. 18 representa la corba de la potència d'una força electromotriu i una intensitat la diferència de fase de les quals és de 135°, o sigui de $\frac{3}{8}$ de període. Si la diferència de fase assoleix 180°, és a dir si la força electromotriu i el corrent són oposats, tota la corba de la potència és negativa, com indica la fig. 19, ja que en tots els instants les ordenades de les corbes *e* i *i* són de signes contraris, i, per tant, llurs productes, o sigui les ordenades de *e i*, seran negatives. En aquest cas la línia, en lloc de subministrar energia, en rep.

FACTOR DE POTÈNCIA

21. La potència mitjana d'un corrent altern és donada per l'expressió

$$P = \mathcal{E}\,\mathcal{J},$$

en la qual P és el nombre de vats produïts per un corrent de $\mathcal{E}$ volts eficaços i $\mathcal{J}$ ampers eficaços. En efecte, si el circuit no és inductiu, és a dir si la

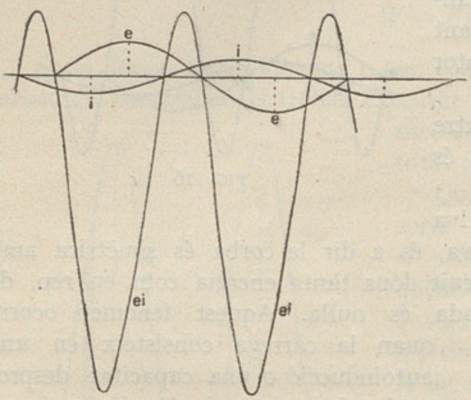

FIG. 18

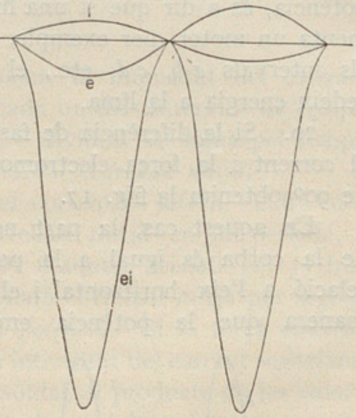

FIG. 19

força electromotriu i el corrent estan en fase, tindrem a cada instant, representant per e i per i llurs valors instantanies respectives,

$$i = \frac{e}{R},$$

i la potència, en un instant donat, serà

$$i\,e = \frac{e^2}{R}.$$

La potència mitjana serà, per consegüent,

$$P = \frac{\text{valor mitjana de } e^2}{R},$$

però la valor mitjana de e^2 és igual a $\mathcal{E}^2$, ja que la rel quadrada de la mitjana dels quadrats de e és la valor eficaç $\mathcal{E}$ de la força electromotriu, per tant,

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \mathcal{E}\frac{\mathcal{E}}{R},$$

i com que $\frac{\mathcal{E}}{R} = \mathcal{J}$,

$$P = \mathcal{E}\,\mathcal{J}. \qquad (1)$$

22. Quan hi ha una diferència de fase entre la força electromotriu i el corrent, el treball efectuat pel corrent altern és, segons es desprèn de les consideracions fetes en els núms. 19 i 20, la diferència entre les superfícies de les ondes positives i les negatives en un període, per tant, la potència serà menor que quan no existeix diferència de fase entre la força electromotriu i el corrent, i l'expressió de la potència serà en aquest cas

$$P = \mathcal{E}\,\mathcal{J}\,K, \qquad (1)$$

fórmula en la qual K és un coeficient menor que 1, la valor del qual anem a calcular.

El treball executat en un període és

$$R\,\mathcal{J}^2\,T$$

i el treball per segon, o sigui la potència, serà trobat bo i multiplicant l'expressió anterior pel nombre de períodes per segon, és a dir per la freqüència, per tant,

$$P = R\,\mathcal{J}^2\,T \sim,$$

però $\sim = \frac{1}{T}$, segons sabem; per tant,

$$P = R\,\mathcal{J}^2,$$

i com que segons el triangle de les forces electromotrius (fig. 24, Primera part)

$$R\,\mathcal{J} = \mathcal{E}\cos\varphi,$$

resulta

$$P = \mathcal{E}\,\mathcal{J}\cos\varphi. \qquad (2)$$

Comparant aquesta fórmula amb la (1) veiem que el coeficient K és el cosinus de l'angle de decalatge o de la diferència de fase entre la força electromotriu i el corrent. La fórmula (1) és aplicable a tots els casos, qualsevol que sigui la valor de φ; quan $\varphi = 0$, és a dir quan hi ha concordància de fase entre la força electromotriu i el corrent, $\cos \varphi = 1$ i $P = \mathcal{E}\, \mathcal{J}$ de manera que el producte del nombre de volts pel d'ampers és igual a la potència produïda.

23. En augmentar φ, decreix $\cos \varphi$, la qual cosa significa que de la potència representada per $\mathcal{E}\, \mathcal{J}$ sols es produeixen $\mathcal{E}\, \mathcal{J} \cos \varphi$ vats. Quan $\varphi = 90^o$ $\cos \varphi = 0$ i la potència és nul·la. Per a qualsevol valor de φ comprès entre 90^o i 180^o la valor de $\cos \varphi$ és negativa, així com la potència, la qual cosa indica que de la potència $\mathcal{E}\, \mathcal{J}$ aparentment subministrada és *rebuda* sols la part representada per $\mathcal{E}\, \mathcal{J} \cos \varphi$. Quan $\varphi = 180^o$, és a dir quan hi ha oposició entre la força electromotriu i el corrent, $\cos \varphi = -1$ i, per tant, la potència és també negativa, la qual cosa significa que la potència $\mathcal{E}\, \mathcal{J}$ deduïda de les indicacions del vòltmetre i de l'ampèrmetre, no és subministrada sinó rebuda enterament.

Suposem un alternador connectat a un circuit i que les indicacions del vòltmetre i de l'ampèrmetre siguin, respectivament, 100 volts i 100 ampers. Si l'angle de decalatge φ és zero, $\cos \varphi = 1$ i la potència subministrada per l'alternador serà

$$P = 100 \times 100 = 10\,000 \text{ vats.}$$

Si amb les mateixes indicacions dels instruments, el decalatge és $\varphi = 30^o$, $\cos \varphi = 0{,}87$, i la potència realment subministrada serà

$$P = 100 \times 100 \times 0{,}87 = 8700 \text{ vats.}$$

Si la diferència de fase és $\varphi = 90^o$, $\cos \varphi = 0$, i la potència transmesa, encara que els instruments marquin 100 volts i 100 ampers com abans, serà nul·la.

Amb $\varphi = 150^o$, $\cos \varphi = -0{,}87$, i, per tant,

$$P = 100 \times 100 \times (-0{,}87) = -8700 \text{ vats,}$$

és a dir, que l'alternador *rep* 8700 vats.

Quan el decalatge arriba a 180^o, $\cos \varphi = -1$ i la potència serà

$$P = 100 \times 100 \times (-1) = -10\,000 \text{ vats,}$$

la qual cosa significa que l'alternador rep del circuit una potència de 10 000 vats.

El producte dels volts pels ampers és el nombre de *voltampers* i és la potència *aparent* del circuit, i el factor $\cos \varphi$ pren el nom de *factor de potència* del circuit, o de la càrrega que el constitueix, de manera que podem dir:

La potència d'un corrent altern és igual al producte del nombre de voltampers pel factor de potència.

Convé tenir molt present la relació que existeix entre la potència realment desenrotllada i l'aparent, puix és de constant aplicació en tots els casos en què intervé un decalatge entre la intensitat del corrent i la força electromotriu que la produeix. El factor de potència, o sigui cossinus φ, indica la major o menor bondat d'un motor d'inducció, i per expressar que aquest està ben estudiat diem que *té un cossinus φ molt elevat.*

24. De la fórmula (2) del núm. 22 es dedueix que per a una mateixa potència real transmesa, quant menor sigui cos φ, major serà la potència aparent necessaria $\mathcal{E}\,\mathcal{J}$, de manera que si $\mathcal{E}$ és constant, com ocorre quasi sempre, $\mathcal{J}$ estarà en raó inversa de cos φ, o sigui, caldrà una intensitat de corrent tant major com menor sigui el factor de potència. Així, amb 100 ampers a 100 volts i cos $\varphi = 0{,}5$ la potència transmesa és $100 \times 100 \times 0{,}5 = 5000$ vats, i per obtenir la mateixa potència amb cos $\varphi = 1$ basten 50 ampers, ja que $100 \times 50 = 5000$ vats.

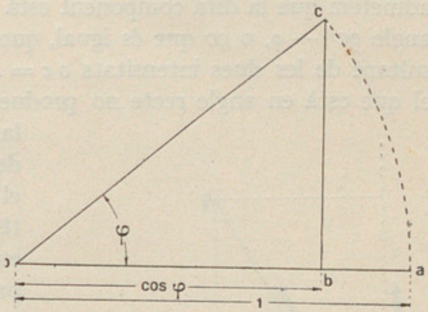

FIG. 20

La valor del factor de potència és determinada mitjançant tres instruments un vòltmetre, un ampèrmetre i un vàtmetre. El producte de les lectures dels dos primers dóna la potència aparent o la valor de $\mathcal{E}\,\mathcal{J}$ i el vàtmetre dóna la potència real o efectiva P, i de la fórmula (2) del núm. 22 es dedueix cos $\varphi = \dfrac{P}{\mathcal{E}\,\mathcal{J}}$.

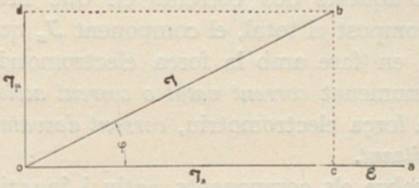

FIG. 21

Quan es tracta de forces electromotrius sinusoidals, la valor de l'angle de decalatge, o sigui l'angle φ, és determinada fàcilment sense l'auxili de taules trigonomètriques, de la manera següent : Amb un radi $o\,a$ igual a 1 tracem (fig. 20) un arc de circumferència, i a partir del centre o prenem sobre $o\,a$ una longitud $o\,b$ = cos φ, i pel punt b alcem una perpendicular que tallarà la circumferència en un punt c, tal, que $o\,c$ formarà amb $o\,a$ l'angle φ.

CORRENTS ACTIU I INACTIU

25. Siguin $o\,a$ i $o\,b$ (fig. 21) els dos vectors d'una força electromotriu $\mathcal{E}$ i d'una intensitat $\mathcal{J}$ que presenten una diferència de fase φ; segons hem vist, la potència produïda pel corrent és representada per l'expressió

$$P = \mathcal{E}\,\mathcal{J} \cos \varphi\,.$$

Ara bé : com veiérem en el núm. 24 (Primera part), un corrent pot descompondre's en altres dos, les valors dels quals poden ésser determinades sempre que hom conegui els angles que formen amb la primera. Si suposem que un d'ells forma amb el corrent donat $\mathcal{J}$ un angle φ, és a dir, si admetem que la dita component està en fase amb $\mathcal{E}$, i l'altra forma amb $\mathcal{J}$ un angle $90^o - \varphi$, o ço que és igual, que està en angle recte amb $\mathcal{E}$, $\mathcal{J}$ serà la resultant de les dues intensitats $o\,c = \mathcal{J}_a$ i $o\,d = \mathcal{J}\mu$. D'aquests dos corrents, el que està en angle recte no produeix energia, ja que existeix entre ell i la força electromotriu $\mathcal{E}$ una diferència de fase de 90^o, i segons vàrem veure en el núm. 23, en aquestes condicions la potència és nul·la. L'altre component, que està en fase amb la força electromotriu $\mathcal{E}$, produeix una potència igual a $\mathcal{E}\,\mathcal{J}_a$, ja que per a ell el cosinus de l'angle de decalatge és igual a 1. Però $\mathcal{J}_a$ és precisament igual a $\mathcal{J}$ cos φ, ja que és la projecció de $\mathcal{J}$ sobre $o\,a$, per tant, la potència produïda per la intensitat $\mathcal{J}_a$ serà igual a la produïda per $\mathcal{J}$.

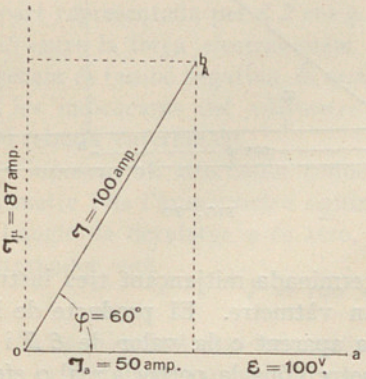

FIG. 22

D'aquests dos corrents en què hem descompost el total, el component $\mathcal{J}_a$ que està en fase amb la força electromotriu és anomenat *corrent vatat o corrent actiu*, i el $\mathcal{J}\mu$ que està en angle recte amb la força electromotriu, *corrent desvatat, corrent inactiu o* també *corrent magnetitzant*.

26. Un exemple aclarirà ço que sobre els components actiu i inactiu acabem de dir.

En la fig. 22 $o\,a = 100$ volts, $o\,b = 100$ amp. i $\varphi = 60^o$. El component actiu serà $\mathcal{J}_a = \mathcal{J} \cos 60^o = 100 \times 0{,}5 = 50$ amp.; el component inactiu $\mathcal{J}\mu = \mathcal{J} \cos 30^o = 100 \times 0{,}87 = 87$ amp., i la potència desenrotllada, $P = \mathcal{J}\,\mathcal{E}_a = 100 \times 50 = 5000$ vats, és a dir la mateixa potència trobada en el núm. 24 amb la força electromotriu $\mathcal{E} = 100$, la intensitat $\mathcal{J} = 100$ i un angle de decalatge $\varphi = 60^o$, per al qual $\cos \varphi = 0{,}5$.

Dels diagrames (figs. 21 i 22) es dedueix que en augmentar la diferència de fase entre la força electromotriu i el corrent augmenta el component inactiu i disminueix l'actiu, i en qualsevol moment tindrem

$$\mathcal{J} = \sqrt{\mathcal{J}_a^2 + \mathcal{J}_\mu^2}\,.$$

Quan $\varphi = 0$, $\mathcal{J}\mu = 0$ i llavors $\mathcal{J}_a = \mathcal{J}$ i el corrent útil és igual al corrent total; si $\varphi = 90^o$, $\mathcal{J}_a = 0$ i en aquest cas $\mathcal{J}\mu = \mathcal{J}$, per tant, tot el corrent és corrent magnetitzant que no representa potència de cap mena.

La descomposició del corrent en dos components, actiu i inactiu és aplicada igualment a la força electromotriu, la qual pot ésser considerada com la resultant d'una força electromotriu en fase amb el corrent i una altra en angle recte amb el dit corrent, i ambdós components reben els mateixos noms que els components del corrent.

CORRENTS ALTERNS

SEGONA PART

PROBLEMES

1. Trobeu la capacitat d'un condensador, sabent que si l'alimentem amb una força electromotriu de 1000 volts d'una freqüència de 50 cicles per segon, s'estableix un corrent de 5 amps.

2. Quin serà l'angle de decalatge entre el corrent i la força electromotriu aplicada a una resistència de 200 ohms en sèrie, amb una capacitat de 20 microfarads, si la freqüència és igual a 50?

3. En un circuit pel qual passa una intensitat de 80 amp. amb una tensió de 150 volts, la diferència de fase entre ambdues és de 35°; quina serà la potència transmesa?

4. Quina serà, en el cas anterior, la potència aparent?

5. Què entenem per corrents actiu i inactiu, i quin angle formen entre si?

6. Una resistència de 500 ohms, una bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és de 4 henris, i una capacitat de 6 microfarads es troben en sèrie, alimentats per una tensió de 5000 volts a 50 cicles per segon. Trobeu 1.r la intensitat del corrent produït; 2.n la tensió que existeix entre els borns de la resistencia, de la bobina i de la capacitat.

7. En què consisteix la ressonància i quin efecte produeix?

8. Trobeu 1.r la freqüència necessària perquè hi hagi la ressonància en un circuit format per una bobina que posseeix un coeficient d'autoinducció $L = 0{,}6$ henri i una capacitat de 12 microfarads en sèrie; 2.n la intensitat del corrent quan al circuit s'afegeix una resistència en sèrie de 20 ohms i està alimentat per una força electromotriu de 600 volts.

9. Quina diferència essencial existeix entre els efectes d'una capacitat i els d'una autoinducció?

10. Trobeu l'angle de decalatge entre la força electromotriu i el corrent

sabent que la potència aparent és de 10 000 voltampers i la real és de 7660 vats.

11. A una resistència de 15 ohms i una capacitat de 200 microfarads en sèrie s'aplica una força electromotriu de 200 volts a 50 cicles per segon. Trobeu 1.r la intensitat del corrent; 2.n la diferència de fase entre la intensitat i la força electromotriu aplicada.

12. Una bobina, el coeficient d'autoinducció de la qual és de 0,4 henris, i un condensador de 35 microfarads estan alimentats en sèrie per una força electromotriu de 500 volts amb una freqüència igual a 50. Trobeu la intensitat del corrent.

13. Trobeu els components actiu i inactiu d'un corrent de 20 ampers que a la tensió de 600 volts produeix una potència de 6000 vats.

14. Quina serà la resistència aparent d'un circuit que consta d'una resistència de 500 ohms, una autoinducció de 2 henris i una capacitat de 40 microfarads en sèrie, si la freqüència és 50?

15. Trobeu la potència produïda en el circuit anterior quan és alimentat per una força electromotriu de 10 000 volts.